LOS ESENCIALES DE LA FILOSOFÍA

LUDWIG WITTGENSTEIN

Tractatus logico-philosophicus

Traducción, introducción y notas de
Luis M. Valdés Villanueva

CUARTA EDICIÓN

tecnos

LOS ESENCIALES DE LA FILOSOFÍA

Director:
Manuel Garrido

Tractatus logico-philosophicus

Retrato de Ludwig Wittgenstein en 1929 cuando presentó en la Universidad de Cambridge su tesis doctoral. En esa época, su celebridad como autor del *Tractatus* le había supuesto el reconocimiento de la comunidad filosófica internacional. © Anaya.

LUDWIG WITTGENSTEIN

Tractatus logico-philosophicus

TRADUCCIÓN, INTRODUCCIÓN Y NOTAS DE
LUIS M. VALDÉS VILLANUEVA

TERCERA EDICIÓN

tecnos

1.ª edición, 2002
2.ª edición revisada, 2003
3.ª edición, 2007
Reimpresión, 2008

© de los derechos en lengua española de la obra *Tractatus logico-philosophicus*: Alianza Editorial, S. A., por cesión de Routledge.
© de la traducción, introducción y notas: Luis M. Valdés Villanueva, 2002
© de la presente edición: EDITORIAL TECNOS (GRUPO ANAYA, S. A.), 2008
Juan Ignacio Luca de Tena, 15 - 28027 Madrid
ISBN: 978-84-309-4501-6
Depósito Legal: M-18747-2008

Printed in Spain. Impreso en España por Closas Orcoyen, S. L.

Índice

LEER A LOS CLÁSICOS ..... *Pág.* 9

INTRODUCCIÓN, por Luis M. Valdés Villanueva 13

I. Pequeño bosquejo biográfico de Ludwig Wittgenstein 17
II. El trasfondo del *Tractatus*: Frege y Russell 35
III. El *Tractatus*: los límites del sentido 43
IV. Recorrido breve por el *Tractatus* 56

NOTA A LA SEGUNDA EDICIÓN 80

NOTA A LA TERCERA EDICIÓN 80

INTRODUCCIÓN, por Bertrand Russell, F. R. S. 81

TRACTATUS LOGICO-PHILOSOPHICUS 101

ANEXOS 279

A. Opiniones sobre Wittgenstein 281
B. Glosario de símbolos 284
C. Bibliografía 288
D. Índice analítico 292

Leer a los clásicos

Hay muchas maneras de leer a un clásico. Lo peor es leerlo principalmente por obligación. Siendo yo niño, los alumnos de primera enseñanza teníamos que leer y escuchar en voz alta a los compañeros de clase las páginas del *Quijote*. Por mi parte tardé en superar la aversión a la obra suprema de nuestras letras que, por su modo, me produjo aquella obligada lectura.

Otra manera de leer a un clásico, probablemente la mejor, es cuando el contacto personal y privado con uno de sus libros alimenta o despierta nuestra vocación y nos avisa, como diría Ortega, de nuestro destino. «Yo pertenezco» escribió el joven Nietzsche en una de sus *Consideraciones intempestivas* «a esos lectores de Schopenhauer que desde que han leído la primera pagina, saben con certeza que leerán la obra entera y que escucharán cada una de sus palabras.» Análoga reacción parece que tuvo el filósofo francés Malebranche el día en que un librero le puso ocasionalmente entre las manos el *Tratado del hombre* de Descartes: «no bien hubo abierto Malebranche el libro —cuenta en su vieja historia de la filosofía Damiron—, se sintió totalmente conmocionado y agitado. Lo compró, se lo llevó y lo leyó enseguida con tanta ansiedad que los latidos de su corazón, al acelerarse, le obligaban

a veces a interrumpir su lectura.» Vivencias semejantes encontramos en más de uno de los grandes pensadores actuales. Martin Heidegger, el hombre que no ha dejado de preguntarse y preguntarnos obstinadamente a lo largo del pasado siglo por el sentido del ser, nos ha hecho la confidencia de que esa obsesión suya se remonta al juvenil contacto en sus días de seminarista con un conocido libro de Brentano sobre los significados del ser en Aristóteles. Y para W. O. Quine, figura señera de la filosofía y la lógica matemática en los últimos cincuenta años, el libro que más influyó en su vida fue el ejemplar de los *Principia mathematica* de Whitehead y Russell en tres volúmenes que, siendo él adolescente, le regaló su hermano. Esta sarta de ejemplos atestigua, por paradójico que parezca, que también los clásicos de la filosofia pueden ser, como las *Metamorfosis* de Ovidio, leyendas de pasión.

Entre los dos modos de aproximación a los clásicos que acabo de describir caben numerosos intermedios, y a todos ellos quisiera servir de vehículo la presente colección de Tecnos, cuyo objetivo es poner directamente al alcance del lector medio lo más esencial de las más esenciales obras del pensamiento de todos los géneros y todas las épocas, desde Confucio o Platón hasta Rawls o Zubiri, pasando por Averroes, Descartes o Rousseau. Especialistas responsables de la edición de cada texto cuidarán mediante oportunas introducciones, notas y comentarios de que esa edición sea a la vez crítica y popular, fiel al pensamiento del clásico pero también actualizada y referida a la situación en que vivimos, incorporando a su bibliografía los títulos más tradicionales y las últimas referencias de Internet, y procurando que sus palabras cumplan en todo momento la función de señal que transmite y no de ruido que distorsiona el mensaje comunicado por cada gran pensador.

Pero me he puesto a hablar de la lectura de los clásicos sin haber empezado por justificarla. ¿Es realmente necesario leer a los clásicos? Hace cuarenta años solía decirse que esa lectura carecía de sentido. Unos veían en ella una simple marca elitista para separar al hijo del burgués del hijo del obrero y otros la juzgaban cientifica y tecnológicamente inútil por ser inactual. Hoy se tiende a pensar lo contrario. Los excesos de la ciencia y la tecnología en su aplicación sin restricciones a

la naturaleza y a la vida, la destrucción del medio ambiente y de la moral social, las desigualdades entre países ricos y pobres, las guerras de exterminio parecen demandar el retorno a una conciencia humanista que los clásicos saben, mejor que otros, propiciar.

Para mí la principal ventaja que reporta la lectura de los clásicos no está en la invitación a imitarlos, sino en el estímulo y el desafío que el recorrido mental de sus páginas implica para el desarrollo de la propia originalidad. Sus obras no están sólo para ser imitadas. Marx denunció con toda razón la absoluta falta de originalidad artística del espiritualmente miserable neoclasicismo de la Francia de Napoleón. Quizá, por volver a la filosofía, sea un caso paradigmáfico de estímulo y de reto a la propia originalidad el ya mencionado impacto de Schopenhauer en Nietzsche. Pues el autor que en años de juventud tan apasionadamente exaltó al pensamiento del maestro en su tercera «Consideracion intempestiva» fue el mismo que luego lo pondría literalmente del revés al permutar por el más energico «sí» el profundo «no» de Schopenhauer a la vida.

Las obras de los grandes clásicos son las estrellas que más lucen en el firmamento cultural. Es natural suponer que Ulises, el astuto y prudente héroe homérico, determinaría guiándose por las estrellas del cielo el rumbo de la nave que, tras interminable cadena de fantásticas aventuras, había de conducirlo a su hogar. Pero también cabe imaginar que más de una noche, recostado después de la faena en la cubierta del barco o tendido en la playa de alguna de las prodigiosas islas que visitó, volvería, antes de que el sueño lo venciera, a contemplar el cielo estrellado tratando de descifrar entonces en el intermitente parpadeo de los astros un anticipo del destino temporal que le aguardaba. Al ofrecer el pensamiento vivo de los grandes clásicos de la filosofía y de la ciencia, esta coleccion quisiera, modestamente, ser una cartografía y cada uno de sus libros una brújula que ayude al lector medio, sea joven o viejo, universitario o no universitario, a orientarse y acaso adivinar su vocación o destino, mejor pronto que tarde, en el vasto enjambre de constelaciones que alumbran el zodíaco de nuestra cultura.

MANUEL GARRIDO

Introducción

Escribir una introducción al *Tractatus* es un asunto comprometido. Nada menos que Bertrand Russell redactó la que aparecía en 1922 precediendo al texto publicado por Routledge & Kegan Paul —que se incluye en esta edición—, mitad con la intención de ayudar a que su nombre abriese al libro las puertas (y las bolsas) de las editoriales, mitad porque estaba convencido del valor de la obra. El lector podrá juzgar por sí mismo cómo la importancia de estas páginas de Russell no reside, ni de lejos, en su carácter de documento histórico: hay mucho de buena filosofía en sus poco más de seis mil palabras. No pensaba lo mismo Wittgenstein, que llegó a decirle finamente a Russell que su escrito era una mezcla de superficialidad e incomprensión. Este precedente debería persuadir a cualquiera de intentar de nuevo tal empresa; pido al benevolente lector que considere lo que sigue como una muestra palpable de que, contrariamente a lo que piensan algunos filósofos, la *akrasia* es posible.

He dividido el cuerpo de mi escrito en tres partes. En la primera de ellas presento una pequeña nota biográfica sobre Wittgenstein. Si, como decía Fichte, la filosofía que uno hace depende del tipo de persona que uno es, a nadie mejor que a Wittgenstein le viene como anillo al dedo este dictamen. Por ello me excusará el lector de que no ofrezca mayor justificación para esta breve excursión biográfica. En la segunda,

hablo de cuál es el trasfondo del *Tractatus* y me limito a la obra de Frege y Russell. Es cierto que en el *Tractatus* se pueden discernir muchas otras influencias filosóficas de las que, por cierto, también doy cuenta en la primera parte. Pero también tengo por cierto que Wittgenstein, a través de una serie de peripecias vitales, entró definitivamente en la filosofía por el portón de los fundamentos de la matemática, la preocupación central de Frege y Russell. Esto le llevó a interesarse por la naturaleza de la lógica, que en el *Tractatus* resulta coincidir con la indagación sobre la naturaleza de toda representación. Doy paso con ello al tercer bloque de mi introducción, que está dedicado al tema de los límites del sentido. En él se acepta sin mayor discusión que, en el *Tractatus,* Wittgenstein es un filósofo de espíritu kantiano. Como Kant, intenta poner límites a la razón teórica pero, a diferencia de Kant, se da cuenta de que tales límites sólo pueden ponerse *desde dentro,* desde el lenguaje. La teoría figurativa del significado es la pieza clave en esta empresa y la que, al final, pone de manifiesto el error tanto de Frege como de Russell: el considerar que la lógica versa sobre algo, por mucho que ese «algo» sea una clase de objetos peculiares.

Un apartado que no forma parte propiamente del cuerpo de la introducción es el que lleva por título «Recorrido breve por el *Tractatus*». En el texto de Wittgenstein he hecho una selección de un conjunto de proposiciones que me atrevo a considerar como más importantes, singularizándolas con un sombreado en sus números de orden. Mi intención al hacerlo es sugerir al lector principiante o apresurado que tome un primer contacto con esta obra leyendo sólo tales proposiciones y dejando el resto para más adelante. Al mismo tiempo, podría también servirle de ayuda el avanzar a través del texto de Wittgenstein teniendo en cuenta la serie de segmentos en que lo divido y el breve resumen que ofrezco de cada uno de ellos.

I. PEQUEÑO BOSQUEJO BIOGRÁFICO DE LUDWIG WITTGENSTEIN

Ludwig Wittgenstein nació en Viena el 26 de abril de 1889 en el seno de una de las más opulentas familias del Imperio austrohúngaro. Tanto su padre, Karl Wittgenstein (1847-1913), como su madre, Leopoldine Kalmus (1850-1926), descendían de judíos centroeuropeos que, unas generaciones más atrás, habían abrazado el catolicismo. Oficialmente, los Wittgenstein habían dejado atrás su pasado y ocupaban un lugar preeminente en la sociedad vienesa, pero la cuestión de sus orígenes era uno de los esqueletos del armario familiar, un asunto que se sobreentendía y del que, por lo que sabemos, nunca se hablaba explícitamente en la casa familiar de la Alleegasse.

La Landstrasse-Hauptstrasse de Viena a comienzos del siglo XX, según la versión pictórica de G. Müller que se conserva en el Museo *Der Stadt* de la capital austriaca. La vida cultural de la capital imperial marcaría decisivamente los años de formación de Ludwig. © Anaya.

Durante toda su vida Wittgenstein le dio vueltas una y otra vez —casi hasta el tormento— a la cuestión de qué significado tenía el que corriera por sus venas sangre judía y cuál era la importancia de pertenecer a la tradición cultural hebrea. Sabemos, por ejemplo, que algunas veces sintió la necesidad de «confesar» a sus amigos más íntimos su condición de judío y que se consideraba a sí mismo no como un filósofo innovador, sino como un pensador reproductivo —un pensador «con talento», lo máximo a lo que, según él mismo, podía aspirar a ser un pensador judío—.

Ludwig, el octavo hijo de Klaus y Leopoldine, se educó en un ambiente refinado y a la vez austero, donde la norma era el desprecio por todo aquello que, incluso de lejos, pudiera considerarse como de baja estofa. El *palais* Wittgenstein, como era conocida en Viena la mansión de la familia, era frecuentada por la flor y nata del grupo de intelectuales y artistas que dieron forma al extraordinario período que conoció la Viena de finales del Imperio de los Habsburgo. Baste recordar que Johannes Brahms, Gustav Mahler, Karl Kraus, Sigmund Freud, Adolf Loos, Oskar Kokoschka o Gustav Klimt fueron algunas de las figuras que el joven Wittgenstein podía encontrarse a diario en su propia casa. Sin embargo, su infancia y juventud no fueron precisamente memorables: «He tenido una infancia infeliz y una juventud de lo más miserable», decía Wittgenstein al referirse a esa etapa de su vida. Por una parte, el concepto que sus padres tenían de cómo educar a sus hijos excluía de manera casi total cualquier muestra de calidez o empatía sentimental. Como alguno de los amigos íntimos de Wittgenstein ha recordado, los padres de Ludwig no podían, o no querían, concebir que sus hijos sufrieran alguna de las miserias típicas de un adolescente que requieren atención y afecto. Por otra, su padre, Karl Wittgenstein, un magnate del acero hecho a sí mismo y uno de los mecenas más importantes de la Europa de su época, no admitía, por paradójico que parezca, que ninguno de sus hijos varones fuese otra cosa que el ingeniero industrial que lo sucediera al frente de sus boyantes negocios. Esta situación dio lugar a tensiones de todo tipo, que, junto con cierto subs-

Fragmento del retrato realizado por Gustav Klimt a Margarete Stonborough-Wittgenstein, en 1905 (Nueva Pinacoteca, Múnich). Este cuadro de la hermana del filósofo es un símbolo del refinado círculo de amigos y conocidos que la familia frecuentaba en los años iniciales del siglo XX. © Anaya.

trato físico heredado de la rama familiar de su madre Leopoldine, parecen estar en el origen del suicidio de nada menos que tres de los hermanos varones de Ludwig. Él mismo sufrió frecuentes y profundas depresiones; sabemos que se aborrecía a sí mismo hasta el extremo de considerar en varias ocasiones la posibilidad de suicidarse, y muchos rasgos de su carácter sólo se pueden explicar apelando al hecho de que durante casi toda su existencia vivió al borde de la locura.

Hans Sluga[1], uno de los filósofos que mejor ha retratado el ambiente en que se forjó el carácter de Wittgenstein, ha señalado que la rebelión ante la autoridad paterna es una de las claves explicativas de su peripecia intelectual y vital. No deja de ser significativo que, por una parte, Ludwig abandonase sus estudios de ingeniero industrial —en los que se había embarcado por presiones de su familia— tan pronto como supo que su padre estaba gravemente enfermo y que, a la muerte de éste, repartiese su substanciosa herencia entre sus hermanos y un grupo de artistas entre los que se encontraban Rilke, Kokoschka y Loos. Pero, por otra parte, este instinto de rebeldía puede verse también en el ácido enfrentamiento que mantuvo con su «padre espiritual», Bertrand Russell, e incluso, como dice en un prólogo que había preparado en 1930 para las *Investigaciones filosóficas* y que nunca llegó a ver la luz, con el propio espíritu de la civilización europea y americana que lo había alimentado. No es casual que el ambiente de la Viena de finales del Imperio fuese la cuna de transgresores proyectos intelectuales y artísticos cuyos promotores combinaban la novedad —por no decir la provocación— con un profundo pesimismo y escepti-

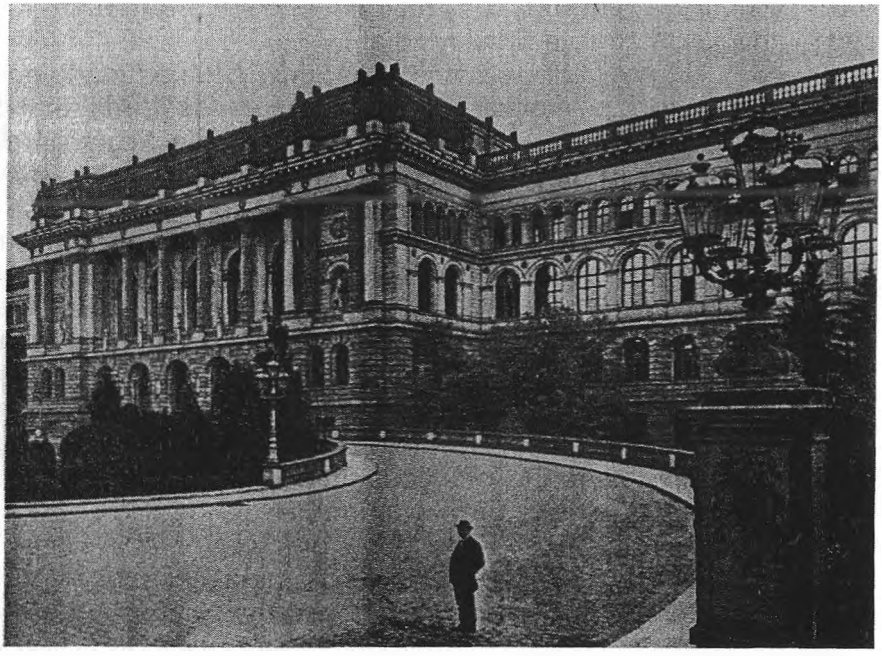
[1] Véase su «Ludwig Wittgenstein: Life and Work. An Introduction», en Hans Sluga y David G. Stern (eds.), *The Cambridge Companion to Wittgenstein*, Cambridge University Press, Cambridge, 1966; en esta pequeña nota biográfica es evidente mi deuda con este artículo. Otras obras importantes, de las que también he extraído datos para redactarla, son Georg H. von Wright, «A Biographical Sketch», *Philosophical Review*, 64, n.º 4, 1955; N. Malcolm, *L. Wittgenstein: A Memoir*, Oxford University Press, Oxford, 1966; Brian McGuiness, *Wittgenstein. A Life. Young Ludwig (1889-1921)*, Duckworth, Londres, 1988 (versión castellana en Alianza, Madrid, 1991), y Ray Monk, *Ludwig Wittgenstein: The Duty of the Genius*, The Free Press, Nueva York, 1990 (versión castellana en Anagrama, Barcelona, 1997). Quizás la mejor caracterización del ambiente cultural de la Viena de Wittgenstein sea la ofrecida por Carl E. Schorske, *Fin-de-Siècle Vienna: Politics and Culture*, Alfred Knopf, Nueva York, 1980. Es también aconsejable el libro de Alan Janik y Stephen Toulmin, *Wittgenstein's Vienna*, Simon & Schuster, Nueva York, 1973 (versión castellana en Taurus, Madrid, 1987). Es asimismo interesante el nuevo libro de Allan S. Janik, Hans Veigl y Allan Janik, *Wittgenstein in Vienna: A Biographical Excursion through the City and Its History*, Springer, Viena/Nueva York, 1999.

cismo sobre el mundo que hundía sus raíces en la filosofía de Schopenhauer, y con ciertos toques nostálgicos de un pasado sobre el que ya estaba cayendo el telón. Como Sluga ha señalado, el diseño de Adolf Loos —uno de los visitantes asiduos del *palais* Wittgenstein— de un rascacielos con la forma de una enorme columna dórica condensa de manera paradigmática el estado de ánimo de los intelectuales vieneses de la época. La propia receta filosófica de Wittgenstein fue siempre un modelo de ese ambiente: la nueva lógica, los problemas de la fundamentación de la matemática, las ciencias naturales, el lenguaje, la mente, etc., están siempre presentes pero, junto al culto a la novedad, aparece un fuerte pesimismo sobre el mundo unido a la convicción de que el predominio de la técnica —vale decir del éxito— sobre la investigación de la verdad conducía ineluctablemente a nuestra civilización —que era también la suya— hacia una nueva Edad Media.

Hasta que cumplió los catorce años Ludwig fue educado en su propia casa por profesores privados contratados por la familia y sólo entonces su padre decidió enviarlo a la *Realschule* de Linz —donde, por cierto, coincidió durante un año con Adolf Hitler—. Ni que decir tiene que los cuatro años que pasó en esta escuela fueron una experiencia difícil para un adolescente que prácticamente no había tenido contacto alguno con chicos de su edad. De esta época parecen ser sus primeras lecturas filosófico-científicas. De Hertz y Boltzmann aprendió que la ciencia era una imagen o modelo creado por la propia mente desviándose, las más de las veces, del guión que los hechos le señalan. Una de las ideas que más le gustaba repetir —que la tarea de la filosofía consiste en dar una forma tal a las expresiones que logre disipar la inquietud que nos causan los problemas filosóficos— se debe precisamente a Hertz. Schopenhauer fue también una de sus primeras lecturas y, por cierto, una de las más influyentes. Von Wright cuenta que el propio Wittgenstein le confesó que su primera perspectiva filosófica era un idealismo de corte shopenhaueriano que sólo la lectura de las obras de Frege le haría abandonar. Hay otras lecturas de esta época que merecen citarse y cuya influencia puede rastraerse en sus obras. Por citar sólo dos autores: de

Weininger le impresionaba su defensa de que lógica y ética están al mismo nivel, y de Mauthner tomó, aunque con sentido distinto, la idea de que toda filosofía es crítica del lenguaje así como la famosa metáfora de la filosofía como una escalera de la que debemos desembarazarnos una vez que, con su ayuda, nos hemos encaramado donde queríamos (la metáfora es realmente de Sexto Empírico, pero lo más verosímil es que Wittgenstein la encontrase en las obras de Mauthner).

Aunque parece que Ludwig tenía inicialmente el proyecto de estudiar física en la Universidad de Viena con el profesor Boltzmann, lo cierto es que la muerte de éste en 1906 hizo que ese mismo año encaminara sus pasos hacia la *Technische Hochschule* de Berlín-Charlottenburg para estudiar ingeniería industrial. No se sabe mucho de sus estudios en Berlín, donde



Panorámica de la *Technische Hochschule* de Berlín en la primera década del siglo XX. La prestigiosa institución berlinesa fue testigo del inicio de los estudios de ingeniería de Wittgenstein hasta 1908, año en que la abandonó para ampliar estudios en la Universidad de Manchester en el Reino Unido. © Suhrkamp Verlag.

permaneció hasta la primavera de 1908. Sus preocupaciones intelectuales eran ya muy variadas por aquel entonces; sabemos, por ejemplo, de su interés en la geometría proyectiva, que explicaba en Berlín el profesor Jolles y que ha dejado una famosa huella en el *Tractatus* con su tratamiento de la proposición como proyección de una situación posible (y no es del todo descartable que Jolles le recomendase alguna lectura de Frege). Es conocida también su curiosidad por la mecánica de los globos aerostáticos que le impulsó a matricularse, en el otoño de 1908, en el departamento de ingeniería de la Universidad de Manchester, donde permanecería hasta el otoño de 1911.

Durante los tres años que estudió en Manchester Wittgenstein centró su trabajo en la investigación sobre ingeniería aeronáutica. En aquella época, el diseño de los aviones tal como los conocemos hoy en día estaba literalmente en mantillas. Los mayores esfuerzos iban dirigidos a la construcción y mejora de aparatos como los dirigibles, una línea de investigación que sólo se abandonaría de modo definitivo al final de los años treinta. Wittgenstein defendía, sin embargo, que era inútil pensar en construir objetos voladores sin disponer antes de motores que fueran capaces de propulsarlos (una idea que, por cierto, había defendido también su admirado Boltzmann). De este modo, se embarcó en el proyecto de diseñar un motor de propulsión para aeroplanos, llegando incluso a patentar alguno de sus descubrimientos. Enseguida descubrió que la tarea en la que estaba empeñado era esencialmente matemática y parece que fue en esta época (aunque, como he dicho, existen algunos indicios de que estos temas despertaron ya su atención durante su estancia en Berlín) cuando empezó a interesarse tanto por la matemática pura como por los fundamentos de la matemática. Es bastante verosímil que en la propia Universidad de Manchester alguien le recomendase el libro de Bertrand Russell *Los principios de la matemática*[2] —publicado en 1903— y que la lectura de esta obra le llevase a su vez a estudiar los escritos de

[2] Bertrand Russell, *The Principles of Mathematics*, George Allen & Unwin Ltd., Londres, 1903.

Gottlob Frege, el fundador de la moderna lógica. Como dice Von Wright en su «Bosquejo biográfico», la nueva lógica de la que Frege era el padre y que tenía en Russell uno de sus más brillantes cultivadores fue la puerta por la que Wittgenstein ingresó *seriamente* en la filosofía.

No hay constancia exacta de cuándo Wittgenstein visitó por vez primera a Frege en Jena. Es muy probable que fuese en el verano de 1911, cuando ya había decidido abandonar sus estudios de ingeniería. Frege le aconsejó entonces que fuese a Cambridge a estudiar lógica con Russell. Dicho y hecho: un buen día del otoño de ese mismo año Wittgenstein apareció sin previo aviso —no se matriculó en la Universidad de Cambridge hasta la primavera de 1912— en el despacho de Russell en el Trinity College, dando comienzo a una fructífera y tormentosa relación entre ambos. Puede decirse que, si el ambiente intelectual de Viena dio forma al carácter filosófico de Wittgenstein, la constelación de problemas lógico-filosóficos que se discutían en Cambridge durante las primeras dos décadas del siglo xx le proporcionaron la materia para dar expresión a su genio. Frege había llevado a cabo la obra «grandiosa» de diseñar de forma pionera la nueva lógica —la lógica matemática o lógica simbólica— que puso patas arriba una disciplina que desde Aristóteles no había experimentado cambio substancial alguno. Su propósito inicial no era ciertamente hacer avanzar la lógica tradicional, sino más bien proporcionar a la aritmética unos fundamentos seguros. Frege pensaba además que esos fundamentos eran esencialmente lógicos, de modo que se impuso la tarea de derivar la totalidad de la aritmética a partir de la lógica. Russell trabajaba entonces en un proyecto más ambicioso todavía: el análisis de las proposiciones de la matemática mostraría, pensaba él, que la matemática podía derivarse en su totalidad a partir de la lógica. Pero tanto Frege como Russell se encontraron con que el diseño de este nuevo instrumento de análisis exigía replantearse toda una hueste de conceptos lógico-filosóficos que había corrido una suerte pareja a la de la vieja lógica. De este modo, florecía entonces en Cambridge la investigación sobre nociones tales como significado, proposición, actitud proposicional, variable, representación, existencia, generali-

dad, conectiva lógica, etc.; se debatía la cuestión de cómo es posible que el lenguaje represente la realidad o la de si la forma gramatical y la forma lógica coincidían. Flotaba además en el ambiente la sensación de que se estaba conformando un nuevo paradigma filosófico —lo que hoy conocemos con el ciertamente confuso rótulo de «filosofía analítica»—, una de cuyas fuentes esenciales está en la interacción entre el pensamiento de Frege, Russell y Wittgenstein en su primera época en Cambridge. Hasta 1914 Wittgenstein permaneció en Cambridge —oficialmente como *research student*, algo así como un estudiante de doctorado—. Son legendarias las discusiones que mantenía a diario con Russell, que se vio enseguida sobrepasado por aquel joven austríaco de quien, al principio, dudaba que estuviese en su sano juicio. Las «Notas sobre lógica»[3] constituyen una magnífica guía de las preocupaciones filosóficas de Wittgenstein entre 1911 y 1914.

Al estallar la Primera Guerra Mundial, Wittgenstein se alistó como voluntario en el ejército austríaco, a pesar de que había sido declarado inútil para el servicio por padecer una hernia. Durante la guerra, en la que fue condecorado dos veces por su valor, estuvo destinado en distintos lugares: patrullando el río Vístula en la frontera entre el Imperio austrohúngaro y Rusia, en una compañía de artillería en Cracovia, en Moravia, en el frente del este y, al final de la guerra, en el frente sur, donde fue capturado por los italianos cerca de Trento y transferido al campo de prisioneros que se había establecido en Montecassino, donde estuvo recluido hasta el mes de agosto de 1919. En su mochila llevaba un conjunto de cuadernos de notas[4] —Witt-

[3] «Notes on Logic»/«Notas sobre lógica» (versión castellana de Josep L. Blasco y Alfonso García Suárez), en *Sobre el Tractatus logico-philosophicus*, revista *Teorema*, Valencia, 1972. Las notas dictadas a Moore en Noruega en 1914 son también importantes a estos efectos.

[4] Muchos de tales cuadernos fueron destruidos por orden del propio Wittgenstein. Parte de sus anotaciones entre 1914 y 1916 se publicaron en 1961. Hay una traducción castellana de Jacobo Muñoz e Isidro Reguera, *Diario filosófico (1914-1916)*, Ariel, Barcelona, 1982. Se incluyen en esta edición las «Notas sobre lógica», así como las notas dictadas a Moore en Noruega en 1914.

Columna de prisioneros alemanes y austríacos en 1918, tras producirse el armisticio que daba por finalizada la Primera Guerra Mundial. Al igual que estos hombres, Wittgenstein tuvo que sufrir meses de cautiverio; su liberación se produjo en el verano de 1919. © Anaya.

genstein tenía la costumbre de plasmar los pensamientos que iba rumiando en forma de diario— y la versión mecanografiada, que había extraído en gran parte de esos cuadernos durante aquel verano, lo que hoy conocemos como *Tractatus logico-philosophicus*[5]. La historia de su publicación es bastante rocambolesca. Wittgenstein intentó primero publicarlo en varias editoriales austríacas y alemanas, que lo rechazaron incluso después de que el muy prestigioso profesor Bertrand Russell le hubiera escrito un prólogo, no del agrado de Wittgenstein pero substancialmente elogioso. A la vista de ello, alguna de las hermanas de Wittgenstein le ofreció pagarle la

[5] El título con el que se conoce universalmente esta obra de Wittgenstein fue sugerido por Moore después de que Wittgenstein rechazase ásperamente la sugerencia de que se llamase «Lógica filosófica»: «¡No sé qué significa [este título]!», respondió. «No existe la lógica filosófica (a no ser que se piense que como todo el libro es un sinsentido, el título también puede serlo).» En el nombre propuesto por Moore hay un eco del *Tractatus theologico-politicus* de Spinoza, una obra que, paradójicamente, es criticada por Schopenhauer por su optimismo.

publicación del libro, a lo que Ludwig respondió, en tono ofendido, que él no era nadie para imponer su obra al mundo... si el mundo no la quería. Finalmente, Russell se encargó de buscarle un editor. Consiguió que la revista *Annalen der Naturphilosophie*, cuyo director era el extravagante Wilhelm Ostwald, publicase en 1921 el texto de Wittgenstein con el título de *Logisch-philosophische Abhandlung*. Fue el último número que publicó la revista. La edición no es muy buena, pero Wittgenstein no se privó de decir: «La considero una edición pirata. Está llena de errores.» Al mismo tiempo Russell, o alguna persona por encargo suyo, ofreció la obra de Wittgenstein a varias editoriales británicas. Muchas la rechazaron —es famosa la negativa de Cambridge University Press, por ejemplo— hasta que por una afortunada carambola la aceptó Routledge & Kegan Paul, que publicó en 1922 una edición bilingüe con traducción inglesa de C. K. Odgen realizada con la ayuda de Frank P. Ramsey. Así se inaugura la tradición de publicar las obras de Wittgenstein en ediciones bilingües, lo que, junto con su propio carácter, ha contribuido a darles un cierto aire oracular.

La época de la guerra supuso una profunda crisis en la vida de Wittgenstein. Por una parte, no cabe duda de que las circunstancias de la contienda y el trato con sus compañeros de armas tuvieron que haberle causado un gran impacto y quizás fuese la causa que le indujo a leer con detenimiento los escritos religiosos de Tolstói y los evangelios. En sus notas de la época se consigna también un renovado interés por ciertos filósofos que estaban en el ambiente de la Viena de su juventud, alguna de cuyas obras ya conocía: entre ellos, Schopenhauer, Nietzsche, Mauthner o Weininger. Por otra, el *Tractatus* rezuma un fuerte pesimismo respecto de la filosofía: el libro, dice Wittgenstein en su prefacio, expresa un conjunto de pensamientos cuya verdad es *definitiva*. Pero tiene también el mérito de poner de manifiesto cuán poco se logra cuando los problemas allí planteados se resuelven. La moraleja de la obra es que los problemas filosóficos no son otra cosa que trampas que nos tiende el lenguaje, y las proposiciones que expresan nuestro esfuerzo reflexivo para liberarnos de ellas son sólo absurdos. Esto no quiere decir que carezcan de valor: nos ayudan a alcanzar cier-

ta paz de espíritu pero, una vez lograda, ya no nos son útiles y podemos (y debemos) prescindir de ellas. Sobre los problemas que realmente son importantes: el sentido de la vida, la muerte, los valores, etc., sólo cabe el silencio. Wittgenstein se tomó esta conclusión del *Tractatus* a pecho y en los diez años que siguieron a su liberación del campo de prisioneros su actividad filosófica se redujo drásticamente.

De 1920 a 1926 Wittgenstein ejerció como maestro de escuela en varias aldeas de la Baja Austria. Su experiencia no fue demasiado gratificante. Tuvo fricciones constantes con los aldeanos, y su carácter austero y exigente con los escolares le llevó a situaciones incluso de violencia que le torturarían durante toda su vida. Consideró también la posibilidad de entrar en un monasterio —llegó incluso a trabajar durante algún tiempo como jardinero en el convento de Hütteldorf— aunque abandonó rápidamente la idea. En 1926 se embarcó en la tarea de construir una casa para su hermana en la Kundmanngasse de Viena, en la que estaría enfrascado de manera casi obsesiva durante dos años. Tanto Von Wright como Sluga ven en esta obra una representación arquitectónica de los puntos de vista lógicos, éticos y estéticos del *Tractatus*. El edificio se considera como un ejemplar típico del modernismo formalista: como las proposiciones del *Tractatus*, está exento de cualquier decoración superflua y en todo él se respira un ambiente de serenidad, proporción y medida.

A lo largo de estos diez años de «retiro» Wittgenstein desarrolló también cierta actividad filosófica. Durante 1919 y 1920 recibió la preparación oficialmente requerida para ser maestro de escuela. En ese contexto se familiarizó con la obra de Karl Bühler, un notable precursor de la teoría de la *Gestalt* cuyas tesis tendrían cierta influencia en la obra posterior de Wittgenstein. Por otra parte, no es del todo descabellado pensar que su experiencia como maestro le hubiera hecho contemplar el lenguaje tanto en su contexto de aprendizaje como en la actividad comunicativa ordinaria, y que esto le hiciera reflexionar sobre la concepción estática que había ofrecido de él en el *Tractatus*. En 1923 y 1924 tuvo en Viena una serie de conversaciones con el matemático y filósofo F. P. Ramsey, quien había sido uno de

Edificio de la Ópera de Viena (fotografía de 1921). Por estos años empezaron a reunirse en Viena un grupo de filósofos, matemáticos, científicos y lingüistas que, bajo la dirección del profesor Moritz Schlick, llegaron a formar lo que se conoce como «Círculo de Viena». El *Tractatus* supuso para los miembros del Círculo algo parecido a una «revelación» y su impronta es perceptible en sus tesis más importantes. Wittgenstein no parece haber asistido a ninguna reunión «oficial» del Círculo, aunque sí mantuvo relaciones personales con alguno de sus miembros, muy especialmente con Schlick y Waismann. © Surhkamp Verlag.

los traductores del *Tractatus*, del que había hecho una excelente recensión que apareció en la revista *Mind* en la que expresaba algunas agudas críticas. Por otra parte, el profesor Moritz Schlick, fundador del famoso Círculo de Viena, y Friedrich Waismann, uno de sus miembros, entraron en contacto con Wittgenstein a raíz de la favorable acogida que tuvo el *Tractatus* en las sesiones del Círculo. Parece que Wittgenstein nunca asistió a ninguna de sus reuniones «oficiales», aunque sí que mantuvo contactos personales con alguno de sus miembros. De hecho, las notas publicadas de sus conversaciones con Wais-

mann revelan que, al menos durante algún tiempo, aceptó el principio de verificación —una de las divisas del Círculo de Viena—, de acuerdo con el cual el significado de una oración es su método de verificación. Este principio daría paso más tarde a su famosa tesis de que el significado de una oración es su uso en el lenguaje.

«Dios ha llegado. Lo encontré en el tren de las 5.15.» De este modo anunciaba el ya entonces célebre economista John Maynard Keynes la vuelta de Witgenstein a Cambridge en enero de 1929. Su intención era en principio solventar algunas dificultades de las que ya era consciente cuando escribió el *Tractatus* —particularmente la tesis de la independencia lógica de las proposiciones elementales— y sobre las que había mantenido algunas discusiones en su retiro austríaco. Nada más llegar se matriculó en la universidad con el objeto de hacer el trabajo de doctorado. Los buenos oficios de Russell, con quien, por cierto, había chocado ya violentamente, y de sus poderosos amigos universitarios hicieron que las estrictas normas de la Universidad de Cambridge se interpretasen con benevolencia de manera que en junio de ese mismo año se le concedió el doctorado en filosofía. Excepcionalmente (en todos los sentidos) el *Tractatus* hacía las veces de tesis doctoral. Un año más tarde, en 1930, se le nombró *fellow* del Trinity College, en Cambridge. El período que va desde su vuelta a Cambridge hasta el comienzo de la Segunda Guerra Mundial es probablemente el más productivo —lo que no significa que se materializase en publicaciones— de toda su carrera. La única obra que Wittgenstein dio a la imprenta después del *Tractatus*, «Some Remarks on Logical Form» (1929)[6], y la conferencia publicada póstumamente «A Lecture on Ethics» (1930)[7] ponen de manifiesto lo apegado que estaba todavía a las tesis expuestas en su primera obra. Pero, a medida en que se le ve profundizar en los problemas, uno no puede

[6] «Some Remarks on Logical Form», *Proceedings of the Aristotelian Society*, sup. vol. IX (1929), pp. 162-71. Existe versión castellana en L. Wittgenstein, *Ocasiones filosóficas*, Cátedra, Madrid, 1997.

[7] «A Lecture on Ethics», *The Philosophical Review*, 74, 1965. Existe versión castellana en L. Wittgenstein, *Ocasiones filosóficas*, Cátedra, Madrid, 1997.

substraerse a la impresión de que el soberbio edificio del *Tractatus* está perdiendo sus cimientos. Así, en sus escritos póstumos *Philosophische Bemerkungen*[8] (1930) y *Philosophische Grammatik*[9] (1931-1934) vemos a Wittgenstein ensayando una y otra vez nuevos caminos filosóficos que abandona apenas ha recorrido unos metros, hasta que en sus «Notes for Lectures on "Private Experience" and "Sense Data"»[10] (1932) y muy especialmente *The Blue and Brown Books*[11] (1933-1935) puede percibirse ya el primer bosquejo de su nuevo comienzo en filosofía. El punto de inflexión lo describe certeramente Hans Sluga cuando afirma que el paso decisivo para el cambio lo dio Wittgenstein al percibir que su tesis de que toda oración significativa debe tener una estructura precisa —si bien algunas veces está oculta— y que esta estructura corresponde a la estructura lógica de los hechos no era ni más ni menos que metafísica no justificada. O dicho de otra manera: el autor del *Tractatus* no había comprendido la lógica del lenguaje y debía ahora beber de su propia medicina. En esta época, hacia 1936, Wittgenstein empezó también a escribir una revisión en alemán del *Cuaderno marrón* que también desecharía casi inmediatamente, para concentrarse en lo que hoy conocemos como las primeras 189 secciones de las *Investigaciones Filosóficas*[12], la obra emblemática de su segunda época.

El estilo de las *Investigaciones* es completamente distinto al del *Tractatus*. En lugar de aserciones lapidarias, numeradas de forma que se perciba de forma inmediata su pertenencia a un

[8] *Philosophische Bemerkungen/Philosophical Remarks*, Blackwell, Oxford, 1975. Existe traducción castellana en UNAM, México, 1996.

[9] *Philosophische Grammatik/Philosophical Grammar*, Blackwell, Oxford, 1974. Existe traducción castellana en UNAM, México, 1992.

[10] «Notes for Lectures on "Private Experience" and "Sense Data"», *The Philosophical Review*, 77, 1968. Existe versión castellana en L. Wittgenstein, *Ocasiones filosóficas*, Cátedra, Madrid, 1997.

[11] *The Blue and Brown Books*, Blackwell, Oxford, 1958. Existe versión castellana en Tecnos, Madrid, 1968.

[12] *Philosophische Untersuchungen/Philosophical Investigations*, Blackwell, Oxford, 1953. Existe versión castellana en Crítica/UNAM, Barcelona/México, 1988.

sistema compacto, la nueva concepción pluralista del lenguaje que se nos presenta tiene la forma de un diálogo en el que se plantean objeciones y contraobjeciones a las doctrinas filosóficas más comunes (incluyendo las tesis del *Tractatus*) sobre el significado, la comprensión, el seguir una regla, la naturaleza de los estados mentales, etc. Su defensa de que las palabras de nuestro lenguaje sólo tienen significado en la medida en que existen criterios públicos de aplicación para ellas dio lugar a lo que se conoce como «el argumento del lenguaje privado», el problema filosófico contemporáneo sobre el que, posiblemente, se han derramado más ríos de tinta.

Durante este período, Wittgenstein estrechó algunas amistades antiguas —por ejemplo, con Moore o Ramsey— y estableció otras nuevas —por ejemplo, con el economista Piero Sraffa, de quien se dice que le dejó perplejo (y pensativo) cuando le preguntó por la forma lógica del gesto de desprecio que hacen habitualmente los napolitanos pasándose la mano por la barbilla—. También, como miembro de la universidad tuvo que hacerse cargo de sus obligaciones docentes. Su fuerte y extraña personalidad —lo más parecido a un profeta, dijo de él uno de sus estudiantes— atrajo a un pequeño número de fieles e inteligentes alumnos, entre los que se cuentan nombres como Alan Turing, Elisabeth Anscombe, Norman Malcolm o Rush Rhees, para citar sólo algunos. Sus clases, muy poco «académicas» por cierto, y a las que solían asistir también algunos de los grandes de Cambridge, se convirtieron casi de inmediato en una leyenda, y las opiniones que Wittgenstein exponía en ellas se susurraban en los ambientes filosóficos casi como si fueran la nueva verdad revelada. A este carácter un tanto esotérico que adquirió su filosofía no le fueron ajenos ni la propia personalidad de Wittgenstein, ni la sensación de elegidos como destinatarios de la buena nueva que tenían sus «discípulos», ni, sobre todo, el hecho de que Wittgenstein no fuera a publicar obra alguna desde 1929.

En 1938, después de la anexión de Austria por el régimen de Hitler, Wittgenstein se convirtió en ciudadano británico. Al año siguiente, la Universidad de Cambridge le concedió una cáte-

dra de filosofía, en la que sucedería a su amigo G. E. Moore. Sólo un año después estalló la Segunda Guerra Mundial, lo que supuso, a pesar de que durante los años de la contienda Wittgenstein continuó parcialmente con su actividad académica en Cambridge, un nuevo paréntesis en su vida. Wittgenstein era de origen judío, su país estaba ocupado por Hitler y, aunque su familia no fue deportada, hubo de pagar un alto precio —nunca mejor dicho lo de «precio»— para no ser molestada por los nazis. Wittgenstein afrontó la guerra con una actitud distinta a la que había adoptado en 1914, muy lejos del impulso que le había llevado a ir al frente como voluntario. Es posible que deseara la guerra para acabar con la pesadilla hitleriana, pero, como le sucedió a la mayor parte de los europeos, es casi seguro que pensase que se trataba de una obligación que había que cumplir sin ningún entusiasmo. De hecho, contribuyó al esfuerzo de la guerra haciendo primero de portero en el Guy Hospital de Londres y, a partir de 1943, trabajando en un laboratorio de un hospital de Newcastle, en el noroeste de Inglaterra. Von Wright cuenta que durante esta época Wittgenstein diseñó algunas mejoras técnicas que resultaron muy útiles para el trabajo clínico del laboratorio.

Al acabar la guerra Wittgenstein reanudó de manera plena su actividad docente en Cambridge. Pero sería por poco tiempo. Sus últimas clases fueron las correspondientes al primer trimestre de 1947 y, al final de ese año, presentó su dimisión como catedrático. La excusa era que quería reelaborar todo el material escrito que había acumulado antes de la guerra y, particularmente, redactar una versión publicable de las *Investigaciones filosóficas*, una tarea que nunca llegó a completar. Su abandono no constituye una sorpresa. Wittgenstein odiaba el ambiente académico de Cambridge —probablemente odiaba cualquier ambiente académico— y, dado su carácter, lo que es un evento espectacular es que resistiera allí durante casi dieciocho años.

En 1948 se estableció en un lugar apartado de la costa occidental de Irlanda y más tarde en un hotel de Dublín, donde a mediados de 1949 había completado la segunda parte del texto de las *Investigaciones filosóficas*. Pero también

empezó a trabajar sobre temas relacionados con la percepción, la epistemología, la filosofía de la psicología y la filosofía de la mente. De las reflexiones publicadas bajo el título *Sobre la certeza*[13], que recogen algunas de las notas que Wittgenstein escribió pocos días antes de su muerte, se ha dicho con razón que ilustran de manera paradigmática el hilo de continuidad que informa su postura filosófica a través de los distintos cambios. En esta obra Wittgenstein combate tanto el escepticismo filosófico como sus sucesivos intentos de refutación. Al escéptico le dice que conocemos muchas cosas, aunque reconoce que esto no quiere decir que toda proposición que decimos conocer sea igualmente fiable. A los filósofos que intentan fundamentar la seguridad del conocimiento en proposiciones absolutamente ciertas les echa en cara que tales proposiciones sólo desempeñan una función normativa —son una especie de patrones de medida— en el sistema de creencias que constituye nuestra forma de vida: no expresan, como ellos erróneamente creen, ninguna profunda verdad metafísica. Son el punto final de cualquier explicación no porque su autoevidencia y seguridad se impongan, sino porque nuestra práctica de la explicación incluye que tales proposiciones son su punto final. Es parte de nuestras prácticas el que funcionen de ese modo. Ésta es toda la historia.

Wittgenstein sabía desde finales de 1949 que padecía cáncer de próstata. A pesar de ello, durante los dos años finales de su vida trabajó a buen ritmo en los períodos que la enfermedad se lo permitía. Murió en Cambridge rodeado por alguno de sus amigos a finales de abril de 1951. Parece cierto que el día antes de su muerte, antes de perder la consciencia, respondió con un «¡Decidles que la vida ha sido maravillosa!» a la noticia de que sus amigos más cercanos estaban viajando hacia Cambridge para visitarlo. Como ha observado Norman Malcolm, uno de sus amigos más cercanos, es cuando menos sorprendente que una persona que, según confesión propia, había sufrido una

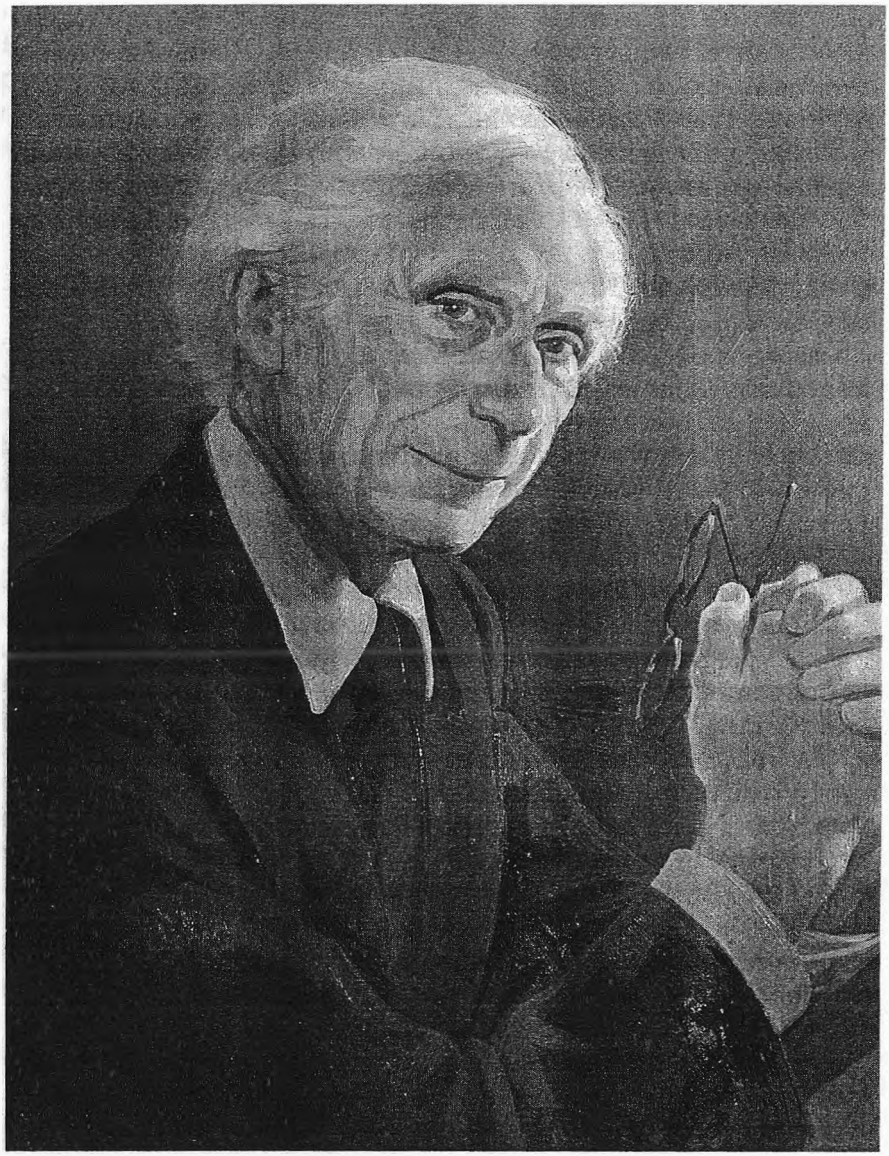
[13] *Ueber Gewissheit/On Certainty*, Blackwell, Oxford, 1969. Existe una versión castellana en Gedisa, Barcelona, 1988.

infancia y juventud miserables, y cuya vida había sido aparentemente un paradigma de infelicidad, dijese al final de sus días y en medio de los sufrimientos de una enfermedad terrible que la vida había sido maravillosa. Y mucho más sorprendente, añado yo, para un filósofo que tuvo como divisa que los procesos internos requieren criterios externos.

II. EL TRASFONDO DEL *TRACTATUS*: FREGE Y RUSSELL

Wittgenstein no era un profesor de filosofía típico. Como dice Von Wright, la «fría objetividad» y la «meditación desapasionada» no cuadraban con su talante. Esto explica que no poseyera un amplio conocimiento de los autores con los que las universidades exigen a sus estudiantes que estén familiarizados. (Se cuenta que, al preguntarle Lady Ottoline, una de las amantes de Russell, por su opinión acerca de Aristóteles, su respuesta fue: «¡Pero por Dios, si nunca he leído a Aristóteles!») Wittgenstein ponía su alma en todo lo que hacía y sólo podía leer aquello que despertaba pasionalmente su interés. Sabemos que leyó algunas obras de Platón, Spinoza, Hume, Kant, Schopenhauer y quizás de algunos otros, pero no de manera sistemática. La impronta de algunos de estos grandes filósofos es claramente perceptible en el *Tractatus*, como se ha señalado anteriormente. Sin embargo, en el prefacio de esta obra Wittgenstein sólo reconoce explícitamente su deuda con Frege y Russell: «Sólo quiero mencionar —afirma— que debo a las grandiosas obras de Frege y a los trabajos de mi amigo Bertrand Russell una gran parte del estímulo que ha alimentado mis pensamientos.» Aun reconociendo que hay muchas más influencias filosóficas en el *Tractatus*, no cabe duda de que fue su lucha intelectual con el pensamiento de estos dos grandes filósofos la que sirve de trasfondo a esta obra.

Como hemos visto, Wittgenstein empezó a dedicarse *seriamente* a la filosofía a través de su interés por los fundamentos de la matemática y la naturaleza de la lógica y, por consejo de Frege, decidió trasladarse a Cambridge para estudiar al lado de Russell. Frege, el fundador de la lógica matemática o lógica



Retrato de Bertrand Russell. Por consejo de Frege Wittgenstein decidió matricularse en la Universidad de Cambridge para estudiar bajo la supervisión de Russell. La colaboración intelectual entre ambos fue ubérrima, si bien sus relaciones personales fueron tormentosas. © Anaya.

simbólica, no se había propuesto diseñar un lenguaje simbólico que hiciera avanzar la lógica tradicional. Su propósito era más bien proporcionar a la aritmética unos fundamentos seguros que él creía que eran esencialmente lógicos, y su nuevo lenguaje simbólico —la *Conceptografía*— debía ser el vehículo que le permitiese derivar la totalidad de la aritmética a partir de la lógica. Ahora bien, al ponerse manos a la obra, Frege llevó a cabo, sin proponérselo, la transformación más radical que la lógica ha sufrido desde la época de Aristóteles. Frege partía de la convicción de que el lenguaje ordinario no ofrecía garantía alguna de seguridad: las ambigüedades y vaguedades de las que estaba aquejado enmascaraban muchas veces lo que él denominaba el «contenido conceptual» de las oraciones, lo que servía de soporte a las inferencias. No es que Frege estuviera interesado —al modo de Llull o de Leibniz— en la construcción de lenguajes lógicamente perfectos que sirviesen como instrumentos de solución de problemas de la más variada índole. Pensaba que el lenguaje simbólico y el ordinario mantenían una relación muy semejante a la que existe entre el microscopio y el ojo. El ojo es mucho más versátil que el microscopio: se aplica a infinidad de objetos y en infinidad de situaciones. Pero el microscopio es más útil en los casos en los que necesitamos un detalle particular de un objeto particular (y esto quiere decir también que en las situaciones ordinarias es perfectamente inútil). El lenguaje de la *Conceptografía* es el instrumento con el que analizamos el soporte de las inferencias, lo que nos permite desnudar las expresiones lingüísticas dejando sólo sus contenidos conceptuales, haciendo más perspicua de este modo su lógica.

Al intentar explicar cómo el lenguaje ordinario enmascaraba el contenido conceptual, Frege utilizó un arma que resultó ser muy fructífera: se trata de la idea de que no debe darse por supuesto que la forma gramatical coincide siempre con la forma lógica. De este modo pudo superar las fatales limitaciones expresivas de la lógica tradicional. Así, en vez de analizar las proposiciones (oraciones declarativas) en términos de sujeto-predicado —tal como su forma gramatical sugiere— una de sus decisiones cruciales consistió en analizarlas como función y

argumento. Característicamente, una función es algo incompleto —insaturado— que se convierte en un todo completo cuando se rellenan sus lugares de argumento (señalados por variables). Por ejemplo, la expresión «$2 \cdot x^3 + x$» representa una función de la variable x dado que su valor es función del argumento al que se refiere el signo que reemplaza a x, a saber, 3 para el argumento 1, 18 para el argumento 2, etc. El valor de una función matemática, igual que su argumento, es siempre un número. Pero Frege extendió la noción de función de manera que se aplicase a entidades no numéricas. En primer lugar a expresiones como «el conquistador de x» que tiene el valor César para el argumento las Galias y a expresiones como «x conquistó las Galias» que, cuando se rellena su lugar de argumento, se convierte en la oración «César conquistó las Galias». Esta oración, en vez de analizarse en términos de sujeto-predicado, se descompone en la expresión funcional «x conquistó las Galias» y el nombre «César», que ocupa en la expresión funcional el lugar de argumento. De este modo, estamos tratando a la expresión funcional «x conquistó las Galias» de manera semejante a como tratamos «$2 \cdot x^3 + x$» y al nombre «César» como los numerales «1», «2», etc., que anteriormente ocupaban los lugares de argumento. A su vez, el valor de esta función ya no es un número; es lo verdadero para el argumento César y lo falso para, pongamos por caso, el argumento Silvio Berlusconi. Los valores de una función de este tipo son entonces, en vez de entidades numéricas, objetos lógicos (valores de verdad), lo denotado por «lo verdadero» o «lo falso». Una función de un solo argumento cuyo valor es siempre un valor de verdad es un concepto. Así «x conquistó las Galias» expresa un concepto que pone en correspondencia argumentos con valores de verdad.

Frege aplicó este mismo análisis a las conectivas lógicas y a los cuantificadores. Las proposiciones atómicas (aquellas que no contienen símbólos lógicos) funcionan como *nombres* de valores de verdad —del mismo modo que el nombre «César» nombra a un emperador romano la proposición «César conquistó las Galias» nombra un objeto lógico, lo verdadero— y las proposiciones moleculares son compuestos de proposiciones atómicas cuyos símbolos lógicos expresan funciones que

toman valores de verdad como argumentos y como valores al mismo tiempo. Así la negación «$\sim p$» pone en correspondencia el valor de «p» con su opuesto; si «p» tiene como valor (nombra) lo verdadero, «$\sim p$» nombra lo falso; la disyunción «$p \vee q$» pone en correspondencia las parejas de valores «verdadero, verdadero», «verdadero, falso» y «falso, verdadero» con lo verdadero y la pareja «falso, falso», con lo falso, etc., etc. Uno de los avances más importantes de Frege consistió en aplicar la distinción entre función y argumento a la cuantificación. Tomemos la proposición «Aristóteles es filósofo». Si la analizamos como un compuesto del nombre «Aristóteles» y la expresión funcional «x es filósofo» podemos decir que para el argumento Aristóteles la función que expresa «x es filósofo» es verdadera. ¿Cómo podríamos expresar que esta función resulta ser verdadera para todo argumento? Frege diseñó una notación para expresar esto último, que, en su versión contemporánea reza «$\forall x$ (x es filósofo)» y que puede parafrasearse como «sea cual sea el argumento que contemplemos la función expresada por "x es filósofo" resulta ser verdadera». Lo que en castellano ordinario equivaldría (restringiendo el rango de los argumentos a los seres humanos) a «Todo ser humano es filósofo» (que, naturalmente, es verdadera si es cierto que, sea cual sea el argumento que contemplemos, la función expresada por "x es filósofo" resulta ser verdadera). Esta oración es, desde el punto de vista gramatical, de sujeto-predicado, pero desde el punto de vista lógico lo que tenemos es un cuantificador, una variable y una función proposicional. El cuantificador funciona como una función un tanto especial —una función de «segundo nivel» la llama Frege— que toma como argumentos funciones del primer nivel y que toma como valores lo verdadero si estas últimas toman como valor lo verdadero para *todo* argumento y lo falso en caso contrario. Existen también funciones de segundo nivel que toman como argumentos funciones del primer nivel y como valores lo verdadero siempre que estas últimas tomen como valor lo verdadero para *al menos un* argumento: se trata del cuantificador existencial una de cuyas lecturas castellanas es «algunos» en, por ejemplo, «Algunos son filósofos». Además, del mismo modo que «Aris-

tóteles es filósofo» no se analiza lógicamente como siendo de sujeto-predicado, la proposición «Aristóteles es discípulo de Platón» se analiza en términos de la función que expresa «*x* es discípulo de *y*», expresión que está saturada en este caso por los nombres «Aristóteles» y «Platón». Si generalizáramos la proposición anterior obtendríamos la fórmula que, en su versión contemporánea, rezaría $\forall x\ \forall y$ (*x* es discípulo de *y*). Su sentido es: para cualesquiera dos signos para argumento que reemplacen a *x* e *y* en la expresión funcional «*x* es discípulo de *y*», la función expresada por ella es hecha verdadera. Obsérvese que esto representa un avance importantísimo en el poder expresivo de la lógica. Para la lógica tradicional las proposiciones «Aristóteles es filófoso» y «Aristóteles es discípulo de Platón» tenían la misma forma. Esto significaba que no había una manera adecuada de analizar proposiciones o razonamientos que dependieran de relaciones como las expresadas por «*x* es menor que *y*», «*x* es el sucesor de *y*», «*x* es la causa de *y*», etc. Como es obvio, son tales relaciones las que entran de manera central en la formalización de teorías matemáticas y científicas, tarea en la que Frege estaba empeñado.

Estos avances en el lenguaje de la lógica le permitieron a Frege ofrecer por vez primera en la historia de la lógica un cálculo deductivo para la lógica de primer y segundo orden que era tan perfecto que alguno de sus aspectos sólo serían superados cincuenta años más tarde. Su sistema le dio también la oportunidad de presentar la inducción matemática como una consecuencia puramente lógica y, lo que es más importante para su proyecto de reducción de la aritmética a la lógica, definió los números como clases de conceptos equivalentes, esto es: como clases de clases con el mismo número de miembros. Frege introdujo también, en el curso de la construcción de su lenguaje formal, nociones clave de la semántica contemporánea como las de sentido y referencia. En su sistema toda proposición expresa un sentido (un pensamiento tomado como objeto abstracto que es el modo de presentación de la referencia) y tiene una referencia que es un valor de verdad, y lo mismo sucede con los componentes proposicionales. Así, por ejemplo, los nombres propios tienen en

el sistema de Frege tanto un sentido (el modo de presentación de la referencia) como una referencia (el objeto por el que están).

Por la misma época, Russell trabajaba denodadamente sobre fundamentos de la matemática haciendo uso de muchos de los logros del nuevo lenguaje de la lógica diseñado por Frege. Había, sin embargo, algunas diferencias importantes tanto entre los elementos de sus sistemas como en el alcance que querían darle. Así, por ejemplo, la noción que Russell utilizaba de función proposicional tomaba como valores proposiciones y no, como sucedía en el caso de Frege, los dos objetos lógicos «lo verdadero» y «lo falso». Además, Frege admitía que algunas proposiciones del lenguaje ordinario, prohibidas desde luego en un lenguaje como el de su conceptografía, podían carecer de referencia —carecer de valor de verdad— y ser, sin embargo, significativas. Así, una proposición como «El actual rey de Francia es calvo» carecía de valor de verdad en virtud de que una de sus partes significativas, «el actual rey de Francia», no se refiere a ningún objeto, pero era significativa porque tanto la proposición completa como sus partes tenían un sentido. Esto quiere decir, dicho sea de paso, que para Frege la referencia no forma parte del significado: el que una expresión tenga o no referencia tiene que ver con cómo son las cosas del mundo, pero el significado tiene que ver sobre todo con el sentido y una expresión como «el actual rey de Francia» puede ser perfectamente significativa y completa sin que en el mundo haya nada que le corresponda. Russell, sin embargo, rechazaba la distinción fregeana entre sentido y referencia y defendía que proposiciones como la anterior no tenían como constituyente genuino la expresión «el actual rey de Francia». Si la analizamos como «Hay uno y sólo un objeto que es rey de Francia y ese objeto es calvo» vemos que no hay en ella ninguna expresión que parezca referirse al actual rey de Francia, de modo que desaparecería la ilusión de que la existencia o no existencia del actual rey de Francia pudiera tener alguna influencia en el hecho de que la proposición carezca o no de valor de verdad. Para Russell, en contra de Frege, las proposiciones de este tipo, si son sig-

nificativas, tienen que tener valor de verdad. Su análisis establece que son verdaderas sólo si hay uno y sólo un objeto que es rey de Francia y es calvo, y son falsas (y no es cierto que carezcan de valor de verdad) cuando no hay rey de Francia, hay más de uno o no es calvo. Russell tenía además ambiciones metafísicas de largo alcance que eran ajenas a las preocupaciones más inmediatas de Frege. El atomismo lógico —proyecto en el que el propio Russell reconoce que «explica algunas ideas que aprendí de mi amigo y antiguo alumno Ludwig Wittgenstein»— es un intento de construir un sistema reduccionista de base empírica apoyándose en los instrumentos que ofrecía la nueva lógica. De este modo, toda proposición compleja se analizaría en sus proposiciones atómicas componentes que, a su vez, estarían compuestas de nombres que tendrían referencia garantizada. Tales nombres no podrían ser, naturalmente, los nombres propios ni las descripciones definidas ordinarias («Cancerbero», por ejemplo, es un nombre propio y carece de referencia) y Russell pensó, al menos durante algún tiempo, que sólo podrían considerarse como nombres propios expresiones como, por ejemplo, «yo» o «aquí, ahora, rojo» de cuyo contenido tenemos conocimiento por familiaridad.

Frege también se preocupó por reflexionar acerca de la naturaleza de la lógica. Probablemente su propósito tampoco era altamente especulativo: simplemente su proyecto exigía tener seguridad de que no se colase en su sistema ninguna contradicción y para ello necesitaba indagar sobre la naturaleza de su disciplina. El golpe más amargo de su vida se lo dio una carta de Bertrand Russell que recibió en junio de 1902. En ella Russell le anunciaba que había encontrado lo que, a todas luces era una contradicción en su sistema. Como hemos visto, el propósito principal de Frege era mostrar que la aritmética podía derivarse de nociones que eran puramente lógicas (particularmente, no eran nociones aritméticas). Una pieza muy importante en el proyecto era su ingeniosa definición de número como clase de clases que tienen el mismo número de miembros. Esto permite hablar, en principio, de clases de clases, de clases de clases de clases, etc. Ahora bien,

mientras que nadie querrá aseverar que la clase de los hombres es un hombre, ¿qué pasa con la clase de todas las clases? Seguramente queremos aseverar que, en este caso, sí se trata de una clase. ¿Y qué pasa con la clase de todas las clases que no son miembros de sí mismas? ¿Es esta clase miembro de sí misma? Si lo es, no puede ser miembro de la clase de todas las clases que no son miembros de sí mismas; por tanto, no puede ser miembro de sí misma. Pero, si no es miembro de sí misma, entonces tiene que ser miembro de la clase de todas las clases que no son miembros de sí mismas; por tanto, tiene que ser miembro de sí misma. He aquí la paradoja. Russell intentó que su sistema no diera lugar a paradojas como ésta introduciendo su teoría de tipos. Las líneas generales de su idea no son difíciles de explicar. Tomemos la proposición «La clase de todos los leones no es un león» que parece decir algo que es verdadero. Sin embargo, si adoptamos la teoría de tipos, tendremos que decir que esta proposición carece más bien de significado —la cuestión de su verdad o falsedad ni siquiera se plantea— pues afirma de un tipo lógico, la clase de los leones, algo que no le conviene, a saber: que no es un león. Pues de un objeto puedo afirmar que es un león o que no lo es, pero no tiene sentido de una clase decir que tiene un predicado que corresponde a un objeto. Objetos, clases, clases de clases, y así sucesivamente, pertenecen a tipos lógicos distintos y, para preservar el significado, la teoría de tipos prohíbe predicar de una entidad perteneciente a un tipo lógico particular algo que pertenece a un tipo lógico distinto.

III. EL *TRACTATUS*: LOS LÍMITES DEL SENTIDO

La aparición de la paradoja de las clases constituía un desafío para todo aquel que estuviese interesado en la fundamentación de la matemática en la lógica tal como Frege y Russell la habían concebido. Cuando Wittgenstein llegó a Cambridge hacía sólo tres años que Russell había formulado por vez primera su teoría de tipos. Después de un breve período de desconfianza —«no sé si se trata de un idiota o de un

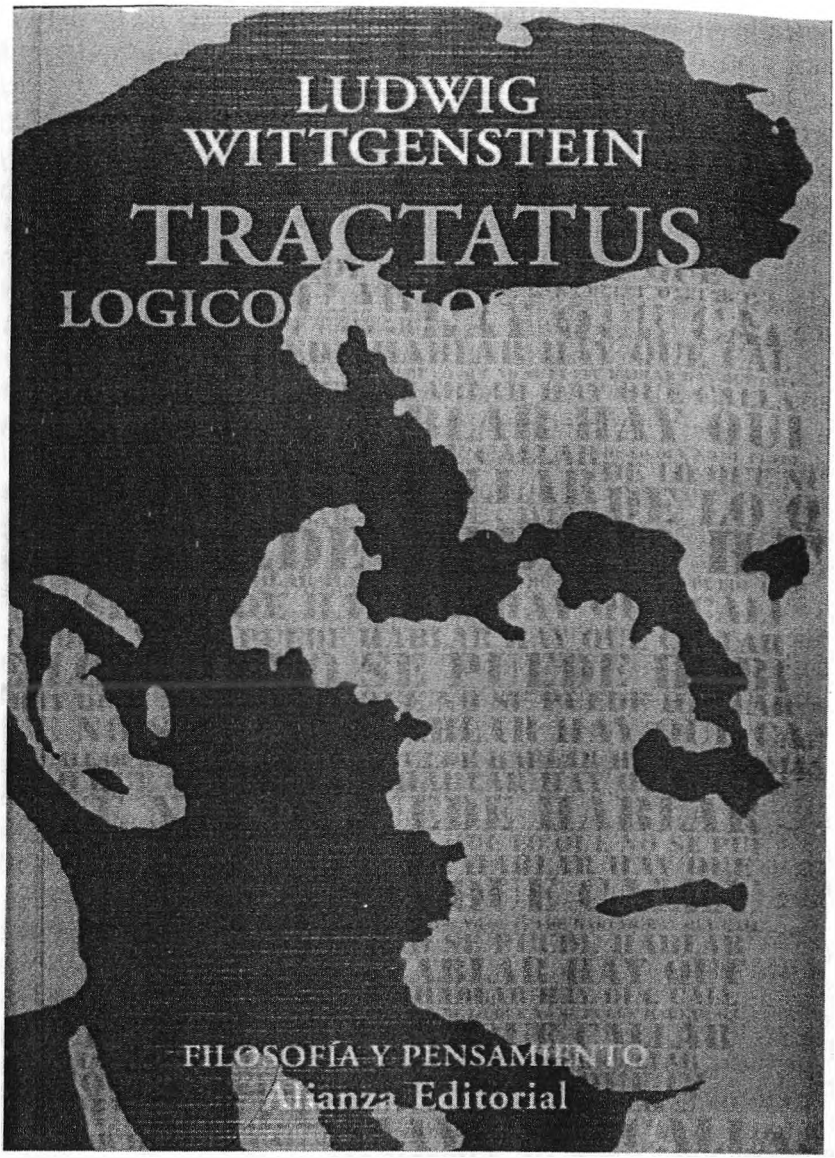
genio», le dice Russell a Lady Ottoline— Russell parece asignarle la tarea de lidiar con las cuestiones relacionadas con la naturaleza de la lógica, cuestiones sobre las que Wittgenstein discutía apasionadamente y tenía opiniones propias. Pensaba, por ejemplo, que la teoría de tipos era errónea porque decretaba que proposiciones del tipo «El número 5 pertenece a la clase de todos los pares de los números naturales» era formalmente incorrecta en virtud de su contenido. Pero para él esta constricción no pertenecía a la lógica y, por tanto, no podía servir para el propósito de fundamentar la matemática en la lógica (pues introducía una noción que no era estrictamente lógica). La única manera de hacerlo era que la teoría de tipos tuviera este mismo resultado, pero hablando exclusivamente de las condiciones que debía cumplir cualquier sistema de representación para ser adecuado. Wittgenstein pensaba que esto era justamente algo que no se podía decir (esto es, enunciar) y por ello la teoría de tipos no tenía el efecto de «bloqueo» que Russell le atribuía. Pero, entonces, la conclusión era que cualquier sistema simbólico que permitiese la aparición de paradojas como la paradoja de las clases no podía ser lógicamente perspicuo y la teoría de tipos o expedientes similares ni siquiera rozaban el problema. La tarea se configuraba entonces como la de elucidar las condiciones que debe cumplir cualquier sistema de representación de modo que evitase las paradojas precisamente en virtud de su naturaleza, de modo que hiciera superfluo el recurso a añagazas como la teoría de tipos.

Una manera adecuada de contextualizar el proyecto de elucidar lo que es esencial en todo sistema de representación es colocarlo dentro de la tradición kantiana (como han hecho desde antiguo estudiosos de Wittgenstein como, por ejemplo, Erik Stenius[14]). El nervio filosófico de Kant puede verse como un esfuerzo sostenido para separar el reino de la razón teórica del reino de la razón práctica. Sus ataques van dirigidos

[14] En, por ejemplo, *Wittgenstein's Tractatus. A Critical Exposition of the Main Lines of Thought*, Blackwell, Oxford, 1960.

contra la metafísica de Leibniz y Wolff cuyo error consiste en tratar con métodos de la razón teórica los problemas acerca de Dios, la inmortalidad del alma, el libre albedrío, etc., que pertenecen al ámbito de la razón práctica y que, por tanto, deben ser tratados con sus propios métodos. Esto exigía una labor de delimitación, pero ¿cómo se pueden establecer límites a la razón teórica? Kant llamó *deducción transcendental* a la investigación de la razón teórica que muestra los límites de toda experiencia posible y, a la vez, el tipo de problemas que están más allá del límite. Tal investigación permite establecer que la razón humana se extravía de forma inevitable cuando transciende los límites de toda experiencia posible y, a pesar de ello, se empeña en seguir usando los métodos de la razón teórica. La investigación del límite no es otra cosa que la indagación de lo que es posible para la razón teórica, lo que es posible objeto de la intuición (lo que es imaginable), lo que es inteligible.

Sólo es necesario hacer una modificación parcial de las tesis de Kant para darse cuenta de dónde se sitúa el propósito de elucidar los rasgos más generales de todo sistema de representación. Si en vez de concebir lo que es posible a la razón teórica en términos psicológicos (lo que es «intuible», «imaginable», «inteligible») lo hacemos en términos de lo que es «pensable» y tenemos en cuenta que un pensamiento es para Wittgenstein una figura lógica de los hechos, una proposición con sentido, nos encontraremos con que la investigación sobre los rasgos más generales de todo sistema de representación es una investigación sobre los límites de lo que puede decirse con sentido. El propio Wittgenstein es perfectamente consciente de ello. Leemos en su prefacio: «El libro quiere trazar un límite al pensar o, mejor dicho, no al pensar sino a la expresión de los pensamientos; porque, para trazar un límite al pensar, tendríamos que poder pensar ambos lados de ese límite (tendríamos que pensar lo que no puede pensarse»). Por ello, el límite sólo podrá trazarse en el lenguaje y lo que está al otro lado del límite será, simplemente, un sinsentido.» Esto es: el propósito del *Tractatus* es establecer límites a lo que puede decirse con sentido que, dado que todo pensamiento



Portada de la edición bilingüe (alemán-español) del *Tractatus logico-philosophicus* publicada por Alianza Editorial. El hecho de que esta obra se haya traducido a más de treinta idiomas demuestra el grado de interés que este libro sigue despertando en todo el mundo. © Tecnos.

es expresable por medio de proposiciones, equivale a establecer límites al pensamiento. Ha de tenerse en cuenta además que tales límites no pueden fijarse mediante proposiciones con sentido pues, en tal caso, necesitaríamos pensar tanto lo que está dentro del límite como lo que cae fuera de él y esto último no son más que puras combinaciones de signos sin sentido alguno. El límite sólo puede fijarse entonces «desde dentro», sólo pueden fijarlo los rasgos más generales de toda representación.

Wittgenstein utilizó para esta empresa el envoltorio de la filosofía del atomismo lógico de Russell —la tesis de que las proposiciones han de poder analizarse completamente, su concepción de los objetos y de los nombres, etc., se hacen eco de las aspiraciones metafísicas de su mentor—. Pero creo que puede decirse con justicia que esto es algo más bien secundario. El núcleo a partir del que se desarrolla la tarea de establecer los límites del sentido es lo que se conoce como la teoría de la figura. Una figura es un hecho —es, por tanto, algo complejo— que consta de elementos en conexión (la estructura de la figura). Se cuenta que a Wittgenstein se le ocurrió la idea de la teoría de la figura hojeando durante la guerra —la leyenda dice que en el mismísimo frente— una revista en la que se ilustraba cómo se representaban los accidentes de tráfico en los juzgados de París. Una disposición espacial de juguetes, muñecos, etc., que hacían las veces de los vehículos y las personas que habían tomado parte en el accidente, servía a los jueces y abogados como *figura viviente* de lo que había pasado en la calle. Presumiblemente, a Wittgenstein se le ocurrió que la razón por la que tal disposición podía representar lo que en efecto había sucedido se debía a que los juguetes, muñecos, etc., *podían* estar en las mismas relaciones espaciales que las personas y objetos que habían intervenido en el accidente. En una primera aproximación podríamos decir que la esencia de la figuración consiste en que figura y hecho figurado tienen *forma figurativa*, esto es: lo que la figura y el hecho figurado han de tener en común para que aquélla figure a éste. Ahora bien, hay muchos tipos de figuras; algunas son espaciales, pero otras son cro-

máticas, musicales, etc., y esto quiere decir que *se puede prescindir* del rasgo espacial de la representación con juguetes y muñecos que hemos tomado como ejemplo. Pues podemos hacer una figura del hecho de que A es más alto que B cantando, por ejemplo, dos notas musicales la primera más alta que la segunda o utilizando dos manchas cromáticas de distinta intensidad. Esto requiere que el rasgo más general de la figuración no esté ligado a ninguna forma particular de representación (espacial, musical, cromática, etc.). Ese rasgo generalísimo es la *forma lógica*: lo que cualquier figura tiene que tener común con la realidad para poder figurarla, la forma de la realidad.

En una entrada de uno de los cuadernos de notas de Wittgenstein correspondiente a 1916 leemos: «Mi trabajo se ha extendido de los fundamentos de la lógica a la naturaleza del mundo.» Efectivamente, parece que el estudiante preocupado en principio por los problemas de la fundamentación de la matemática se ve llevado a estudiar la esencia de la representación, formula para ello la teoría de la figura y, casi de inmediato, se encuentra con que el rasgo esencial de toda figuración, la forma lógica, le abre una ventana nada menos que a la naturaleza del mundo. Pues la forma de cualquier figura —toda figura es *también* una figura lógica además de ser una figura espacial, cromática o musical— tiene que ser compartida por la realidad de la que es figura. No es posible que algo que es figura de la realidad no comparta con ella la forma de figuración. Pues decir que algo es una figura de la realidad es lo mismo que decir que tiene forma lógica. Esto explica la significación de las proposiciones con las que se abre el *Tractatus* —aunque no su ubicación, que podría intentar conseguir algún efecto dramático; diremos algo sobre esto más tarde—, en las que habla del mundo como totalidad de los hechos en el espacio lógico, de la descomposición de los hechos en estados de cosas y de éstos en objetos, de los objetos como entidades simples y eternas que siempre ocurren en combinaciones de estados de cosas y forman la substancia del mundo, etc.

La noción de forma lógica le permite a Wittgenstein generalizar su tesis de la representación figurativa de modo que se

aplique a *pensamientos* —un pensamiento es una figura lógica de los hechos— y finalmente a las *proposiciones* cuyo rasgo distintivo es que sus elementos constituyentes son palabras. Por otra parte, una oración hablada o escrita es un *signo proposicional*, y una proposición no es más que un signo proposicional —que es algo perceptible por los sentidos— empleado como *proyección* de una situación posible. Tanto los pensamientos como las proposiciones son figuras lógicas. Esto quiere decir que ambos son hechos —están compuestos de elementos (constituyentes psíquicos en el caso de los pensamientos, palabras en el de las proposiciones)— que comparten forma figurativa con la realidad. Contra Frege y Russell, Wittgenstein defiende que las proposiciones no son nombres ni de valores de verdad ni de hechos: tienen sentido —representan una situación posible— pero carecen de referencia. Por otra parte, los componentes de las proposiciones, los nombres, son representantes de objetos y, al modo de Russell, tienen referencia garantizada pero, contrariamente a las tesis de Frege, su relación con los objetos por los que están es directa, no está mediada por contenido descriptivo alguno (no tienen sentido). Las proposiciones tienen la característica de ser *bipolares*: su sentido está siempre en acuerdo o en desacuerdo con la realidad; son, respectivamente, verdaderas o falsas. Lo que puede decirse con sentido (el límite del sentido, si se quiere) son entonces las proposiciones de la ciencia natural pues son sólo ellas las que enuncian situaciones posibles.

¿Qué sucede con las *proposiciones de la lógica* que, recordemos, eran las que habían llevado a Wittgenstein a plantearse el problema de la esencia de la representación? Las proposiciones de la lógica tienen la característica de que no son bipolares, son siempre verdaderas. Desde luego hay proposiciones que parecen ser siempre verdaderas aunque no diríamos de ellas que son proposiciones de la lógica. Tómese la proposición «Todos los hombres son mortales». Esta proposición es verdadera pues sucede que, por lo que la experiencia nos dicta, todos los hombres han muerto y creemos que en el futuro eso seguirá sucediendo. Si, por ejemplo, descubriésemos que el mito del judío errante era algo más que una leyen-

da tendríamos que considerar seriamente si la proposición «Todos los hombres son mortales» es o no verdadera. Ahora bien, la proposición «Todos los solteros son personas no casadas» es también verdadera y, por todo lo que sabemos, nuestra experiencia nos dicta que hasta ahora todos los solteros son personan no casadas. Sin embargo, es plausible mantener que la verdad de la proposición «Todos los solteros son personas no casadas» no tiene que ver con el hecho de que no hayamos encontrado ningún soltero que fuera una persona casada —sería extravagante emprender una investigación por los registros civiles para verificar que los solteros son personas no casadas—, sino que parece que hay alguna relación interna entre las expresiones «soltero» y «persona no casada» que es la que da cuenta de su verdad. Y es esa misma relación interna la que parece dejarla al abrigo de cualquier experiencia que pudiese dictaminar su falsedad.

Pues bien, a las proposiciones de la lógica les pasa algo parecido a proposiciones como «Todos los solteros son personas no casadas». Tanto Frege como Russell sabían que eran verdaderas independientemente de lo que fuera el caso, independientemente de los hechos del mundo. Wittgenstein denunció siempre el peligro potencial de los *hábitos inveterados de pensamiento* en filosofía del que tenemos aquí un magnífico ejemplo. Puesto que de las proposiciones de la lógica decimos, como de las proposiciones empíricas, que son verdaderas y la verdad de estas últimas depende de lo que pasa en el mundo, la verdad de las primeras parece que debe depender, como norma general, de lo que «pasa» en algún sitio. Desde luego, no en este mundo, porque en ese caso podrían ser falsas, y las proposiciones de la lógica son siempre verdaderas. De este modo, Frege, por ejemplo, mantenía que a una proposición aritmética como $2 \times 2 = 4$ tenía que corresponderle algo en lo que él llamaba «el tercer reino» —un reino cuyos súbditos eran pensamientos, objetos lógicos, números, teoremas matemáticos, etc.— que la hacía verdadera. Y tanto Frege como Russell defendían que una proposición como «$p \vee \sim p$», que es verdadera independientemente del contenido de «p», por tanto también verdadera

independientemente de lo que sea el caso, tenía que deber su verdad a aquello por lo que están los símbolos lógicos «$\vee$» y «~». El razonamiento es muy simple: si «$p \vee \sim p$» es siempre verdadera sin importar qué contenido tenga «p» (esto es, sin importar lo que pase en el mundo) y a las proposiciones las hace verdaderas algo externo a ellas, los símbolos lógicos tienen que estar por algo en algún mundo pues, si no estuvieran por nada, ¿cómo podría ser verdadera tal proposición? Tanto para Frege como para Russell la lógica levanta acta de los objetos lógicos lo mismo que la física lo hace con los objetos físicos. El lógico es una especie de explorador que o bien recorre el tercer reino en busca de significados, teoremas, etc. (Frege), o se dedica a hacer análisis reductivo en busca de clases, conectivas lógicas, etc. (Russell).

Probablemente, la innovación más importante del *Tractatus* —mi «idea fundamental», dice Wittgenstein— es que las constantes lógicas no actúan como representantes de nada, la lógica de los hechos no consiente en tener representantes. La diferencia entre las proposiciones empíricas y las proposiciones lógicas no reside en que, sometidas a análisis, encontramos que ambas constan de nombres que están por géneros de objetos distintos, sino que ambos tipos de proposiciones funcionan de acuerdo con mecanismos de representación completamente diferentes. Mientras que el mecanismo de las primeras se basa en que constan de una concatenación de nombres que están por objetos y, en virtud de ello, tienen sentido (representan una situación posible), el de las segundas no se fundamenta en concatenación de nombres que hagan las veces de presuntos objetos lógicos. Wittgenstein utiliza como apoyo de su tesis una argumentación paralela a la que había usado Russell en su teoría de las descripciones (puede decirse que hace que Russell pruebe su propia medicina). Pues igual que, bajo análisis, la expresión «el actual rey de Francia» desaparece y eso elimina la tentación de buscar una entidad por la que tal expresión esté, las constantes lógicas pueden escribirse de manera que desaparezcan. Por ejemplo, puedo escribir «$p \supset q$» como «$(VVFV)\ (p, q)$» donde ambos signos proposicionales expresan la misma proposición com-

pleja. Dado que esto puedo hacerlo con todas las conectivas lógicas independientemente de su complejidad, puedo concluir que la necesidad de objetos por los que estuvieran las constantes lógicas es sólo un espejismo que fomenta un modo particular de representación, pero no es un rasgo esencial del simbolismo que las constantes lógicas hagan las veces de los objetos lógicos.

Por consiguiente, las proposiciones lógicas no dicen nada acerca del mundo, son tautologías, pero tampoco dicen nada acerca de una realidad peculiar. Una tautología combina proposiciones genuinas —esto es: proposiciones que hablan del mundo y que, por ello, son verdaderas o falsas— de tal manera que su contenido se desvanezca; esto explica el que sean necesariamente verdaderas. Tómese, por ejemplo, la proposición «Llueve o no llueve». Esta proposición es vacía, no nos informa acerca del estado del tiempo, pero está compuesta de dos proposiciones que, en otras combinaciones, sí hablan del mundo. La combinación particular en que es una tautología tiene como rasgo esencial cancelar el contenido descriptivo de ambas y, por ello, tal combinación no dice nada. ¿Quiere decir esto que no existe conexión alguna entre la lógica y el mundo? En absoluto; una de las piezas clave en la empresa de delimitar los límites del sentido es la distinción entre «decir» y «mostrar». Las proposiciones de la lógica, dado su peculiar mecanismo de representación, no dicen nada —sólo dicen algo, sólo hablan del mundo, las proposiciones de la ciencia natural— aunque sí *muestran* algo sobre la esencia del mundo. Una proposición *muestra* también su sentido, no lo dice. Tomemos la proposición «El libro está encima de la mesa». Esta proposición enuncia algo sobre el mundo en virtud de su forma lógica, *pero no enuncia* su forma lógica o, si queremos, no nos *dice* su sentido. Reconocemos que habla del mundo porque captamos que *dice* algo sobre un libro particular que está sobre una mesa particular y esto *muestra* que tal proposición tiene forma lógica; en caso contrario no podría decir nada. Pero la proposición no versa sobre su forma lógica. Del mismo modo, las proposiciones de la lógica, aunque no dicen nada sobre el mundo, *muestran* la lógica del mundo sin decirla.

Frege y Russell pensaban que las proposiciones de la lógica versaban sobre objetos lógicos porque concebían la lógica por analogía con las demás ciencias con una única diferencia: la lógica habla de hechos peculiares, hechos lógicos. El *Tractatus* muestra entonces que ambos estaban equivocados en su concepción de la naturaleza de la lógica. Pues las proposiciones lógicas, como caso límite de posibilidad de representación, son vacías, no representan nada. De donde se sigue que la lógica no es algo que pueda enunciarse, sólo mostrarse —y lo que se muestra no puede decirse—; la lógica es la condición de toda representación.

Conviene señalar dos consecuencias que se deducen de esta concepción de la lógica y que también van en contra de las concepciones de Frege y Russell. En primer lugar, dado que todas las proposiciones de la lógica dicen lo mismo (no dicen nada), todas ellas tienen el mismo rango: no hay proposiciones de la lógica que sean esencialmente primitivas y esencialmente derivadas. Ciertamente podemos seleccionar un conjunto de proposiciones «primitivas» como axiomas o reglas, pero tal selección es siempre arbitraria (se debe a razones de conveniencia práctica, pero no a la naturaleza de las proposiciones de la lógica). En segundo lugar, no es cierto que las llamadas «leyes de la lógica» justifiquen las inferencias. De acuerdo con las tesis de Wittgenstein sobre la naturaleza de la representación, entendemos el sentido de una proposición cuando conocemos las referencias de los nombres en concatenación que las componen, *sin que se nos tenga que explicar nada más*. Es obvio que esto tiene que ser así porque cualquier explicación sobre el significado de una proposición exige que entendamos ya que el *explicatum* tiene forma lógica. Del mismo modo las llamadas «leyes lógicas», lejos de explicar la validez de las inferencias, dan por supuesto que captamos de antemano en qué consiste que un argumento sea válido. Del mismo modo que sólo puedo explicar lo que dice una proposición por medio de otra si presupongo una captación previa de lo que toda proposición muestra —su forma lógica—, sólo se puede explicar lógica a quien sabe de antemano en qué consiste hacer inferencias. Alguien podría preguntar: pero, si

la lógica no me enseña a razonar, ¿cuál es entonces su utilidad? En primer lugar, esta pregunta implica de alguna manera que la lógica tiene una naturaleza similar a la de las ciencias naturales: igual que éstas «explican» los hechos, aquélla «explica» las inferencias. Ya sabemos que Wittgenstein considera que decir esto es malinterpretar radicalmente la naturaleza de la lógica. Pero, si nos olvidamos de ello, quizás podamos dar alguna respuesta a la pregunta. Pues, en segundo lugar, las proposiciones de la lógica muestran la lógica de nuestro lenguaje. El lenguaje que hablamos todos los días tiene, dice Wittgenstein, una lógica impecable: no le queda más remedio porque, de lo contrario, sería imposible decir nada mediante su uso. Lo que sucede es que muchas veces el lenguaje ordinario disfraza la forma lógica —del mismo modo que el vestido disimula la forma del cuerpo— y es aquí donde la lógica puede ser útil. Pues un lenguaje lógicamente perspicuo sería aquel en el que la forma lógica es transparente y la lógica de nuestro lenguaje se presenta tal como es, sin tapujos. Justamente porque no tenían una noción cabal de la lógica, los sistemas de Frege y de Russell no logran este objetivo y son por ello insatisfactorios.

Wittgenstein dice en el prefacio, llevando su arrogancia casi hasta el insulto: «me parece que la *verdad* de los pensamientos de los que se da cuenta aquí es intocable y definitiva. Soy por ello de la opinión de que, en lo esencial, he resuelto los problemas de modo indiscutible. Y [...] la segunda cosa de valor que hay en este trabajo consiste en mostrar cuán poco se ha conseguido una vez que estos problemas se han resuelto». Del mismo modo que las páginas iniciales del *Tractatus* parecen refulgir de gozo al anunciarnos cuál es la verdadera estructura del mundo, las últimas recuperan el pesimismo vienés de raíz schopenhaueriana que Wittgenstein había mamado en su juventud. Una vez desentrañada la esencia de la representación y con ella la naturaleza de la lógica, Wittgenstein comprueba con desánimo que los verdaderos problemas —el yo, la ética, la estética, el sentido del mundo, el libre albedrío, la vida y la muerte, en suma, lo que él llama lo «místico»— no han sido ni siquiera rozados (de hecho,

Wittgenstein pensaba que no había ningún gran problema del que tratase la ciencia). No obstante, la tarea de establecer límites al sentido sí pone de manifiesto una conclusión de raíz kantiana: que todo intento de habérnoslas con los problemas de la metafísica, la religión, la ética o la estética usando los sistemas de representación propios para hablar del mundo está destinado al fracaso: en estas regiones sólo podemos encontrar sinsentidos (esto es: absurdos, no confundir con las proposiciones carentes de sentido, como las tautologías). Incluso las proposiciones de la filosofía, incluidas las proposiciones del *Tractatus*, caen en esta categoría, pues quien las entiende se da cuenta de que violan las condiciones de representación con sentido. No quiere decir esto que las proposiciones filosóficas carezcan de todo valor. Se las puede despreciar una vez que, a través de ellas, hemos llegado a vislumbrar cuál es la peculiar naturaleza de los problemas de los que tratan. En ese momento sólo cabe callar la boca, aunque no como una opción personal, sino como consecuencia inexcusable de que nuestro hablar sobre lo místico carece de forma lógica, viola las condiciones de representación.

Esta conclusión puede tener una lectura un poco menos pesimista. Wittgenstein defendió siempre que la filosofía no era una teoría, sino una actividad y, como tal, con inmediatas consecuencias prácticas. Robert Fogelin ha presentado estas conclusiones de Wittgenstein como propias de un escéptico pirrónico. Los pirrónicos —una de las escuelas del escepticismo clásico— veían la filosofía no como una teoría, sino como un método para vivir mejor. Pero, a diferencia de los escépticos académicos, los pirrónicos no propugnaban la suspensión del juicio en la mayor parte de los asuntos de la vida ordinaria; el objeto de sus críticas eran las teorías filosóficas que desafiaban las creencias comunes, generaban desazón e impedían una vida apacible. Dice Wittgenstein en las *Investigaciones filosóficas*: «El descubrimiento real es el que me hace capaz de dejar de filosofar cuando quiero. —Aquel que lleva la filosofía al descanso, de modo que ya no se fustigue más con preguntas que la ponen a *ella misma* en cuestión.» Esto es: cuando descubro la verdadera naturaleza del discur-

so filosófico —«el descubrimiento real»— puedo dejar de filosofar como aquel que le da una patada a la escalera que le ha ayudado a subir al lugar en el que se encuentra (una metáfora que, aunque Wittgenstein la tomó de Mauthner, aparece en los escritos de Sexto Empírico, uno de los más célebres filósofos escépticos de la antigüedad). Hay ciertamente una diferencia fundamental entre la posición de los escépticos antiguos y la de Wittgenstein. Aquéllos suspendían el juicio ante los problemas filosóficos porque había un equilibrio entre los argumentos a favor y en contra de cualquier solución. Lo que Wittgenstein dice es quizás más radical: los problemas filosóficos traspasan simplemente los límites del sentido —violan las condiciones generales de representación— y no deben siquiera preocuparnos. El sino de la filosofía es hacer desaparecer los problemas filosóficos.

IV. RECORRIDO BREVE POR EL *TRACTATUS*

El *Tractatus logico-philosophicus* ya es de por sí una obra breve que apenas excede las veinte mil palabras. Como ya se ha señalado, consta de proposiciones fuertemente condensadas en las que el propósito de eliminar toda verborrea innecesaria —las redundancias y reformulaciones son mínimas— hace del texto un ejemplo paradigmático de laconismo expositivo. El propio Wittgenstein reconoció, años más tarde de que la obra apareciera impresa, que cada una de las proposiciones que contiene la obra podría considerarse como el encabezamiento de un capítulo a desarrollar con detalle. Si apuramos la analogía, el *Tractatus* podría verse como una especie de índice analítico de un libro que Wittgenstein nunca escribió. Las notas que he incluido en el texto no intentan ni por asomo suplir lo que Wittgenstein nunca hizo explícito, sino sólo servir de ayuda al principiante que quiera adentrarse en este extraordinariamente complejo laberinto.

¿Es posible indicar al lector un recorrido breve por el *Tractatus* que deje de lado alguno de sus imponentes árboles para que, por así decirlo, se pueda ver mejor el bosque? Admito

desde el principio que la empresa no es fácil. Las proposiciones del *Tractatus* tienen a primera vista la forma de aforismos y eso las convierte en presa fácil de los buscadores de citas que se sienten autorizados para extraerlas de su contexto y usarlas a placer para dar lustre a cualquier afirmación, case ésta o no con las posiciones filosóficas de Wittgenstein. (Es curioso que, mientras que Wittgenstein es uno de los iconos culturales del siglo XX, sus concepciones filosóficas no hayan tenido prácticamente ningún eco substancial en la filosofía contemporánea.) Sin embargo, las proposiciones del *Tractatus* sólo son aforísticas de una manera engañosa; lo son, si se me permite decirlo con una terminología conocida, como signos, pero no como símbolos. El lector ha de tener en cuenta que las proposiciones del *Tractatus* se diferencian de los aforismos en que están insertas en una rígida estructura en la que mantienen relaciones muy estrechas entre sí. Naturalmente, esto hace difícil abreviar aún más el *Tractatus* pues cualquier supresión dejará inevitablemente coja algunas de las proposiciones supervivientes. Aun aceptando este previsible reproche, el texto que aparece a continuación incluye la indicación de un «recorrido breve» que el lector puede seguir si le place tomando sólo en consideración los párrafos cuya numeración aparece en sombreado y dejando los restantes para una mejor ocasión. De este modo, el texto se reduce en un 40 por 100 de su extensión total, reducción un tanto drástica si consideramos las características de la obra, pero no tanto si, como es bastante común, se intentase condensar el *Tractatus* en poco más de media docena de píldoras.

El lector tiene derecho a saber si se ha seguido uno o varios principios de selección —en el caso de que se haya seguido alguno— para este «recorrido breve». Y tengo que decir que no he adoptado ningún principio sistemático y que, además, muchas veces he seguido criterios de gusto personal. Un principio sistemático que podría parecer aceptable consistiría en dividir el *Tractatus* en las siete partes que corresponden a las siete proposiciones «sin decimales» y, a partir de ellas, ir eliminando los comentarios menos relevantes. Desgraciadamente, el asunto no es tan sencillo y, aunque las siete proposiciones citadas aparecen en la selección, no es cierto que la argu-

mentación del texto se deje dividir temáticamente en un número de partes correspondiente a las siete proposiciones «principales». Por otra parte, espero, el lector sabrá excusarme por no haber tan siquiera ensayado un criterio de relevancia para eliminar los comentarios de comentarios. Pero sí puedo decir que he utilizado algunos «principios» sugeridos por las propias afirmaciones de Wittgenstein sobre el sentido del *Tractatus*. Por ejemplo, la selección es más amplia en las partes del *Tractatus* que se ocupan de los hechos, la substancia del mundo, las figuras y las proposiciones. Independientemente de que Wittgenstein derive o no su ontología de su concepción de la naturaleza del lenguaje, sí es cierto que se necesita conocer los detalles técnicos de su tratamiento de los objetos y de los hechos para poder entender a continuación cómo usamos un subconjunto de los hechos para poder figurar los demás hechos y cómo funcionan a su vez un subconjunto de las figuras que son las proposiciones. Se hace también hincapié en su «pensamiento fundamental» de que las constantes lógicas no son representantes de nada y en su tratamiento de las proposiciones de la lógica. A su vez, esto nos permite, entender en su contexto lo que dice la proposición 7 —tantas veces citada en vano— y que Wittgenstein considera que resume todo el sentido del libro: «De alguna manera, todo el sentido del libro podría condensarse en lo siguiente: lo que en cualquier caso puede decirse, puede decirse claramente; y de lo que no se puede hablar, hay que callar la boca.» Esto es claramente compatible con su afirmación de que la principal preocupación del *Tractatus* es el estudio de la proposición del que es una consecuencia todo el sentido del *Tractatus*. En este breve recorrido se presta asimismo una particular atención a los párrafos dedicados a la concepción de la filosofía, de las proposiciones de la ética y de la estética, de lo místico, etc. Contribuyo con ello a poner de relieve lo que Wittgenstein expresa al final de su prefacio: aunque el *Tractatus* haya establecido de manera definitiva qué es lo que puede decirse y haya resuelto con ello los problemas de la filosofía, el libro tiene valor porque muestra lo poco que se alcanza cuando esos problemas se resuelven.

Aparece a continuación una posible división de la obra en un conjunto de apartados que incluye después de cada epígrafe un breve resumen del contenido de cada uno de ellos. Ni que decir tiene que tales resúmenes no pretenden en modo alguno reemplazar la lectura del texto original de Wittgenstein. Invito al lector, sobre todo al principiante, a que use lo que sigue como una especie de guía para un primer contacto con el *Tractatus*. Espero y deseo que mis indicaciones le sean útiles.

1. El mundo, los hechos y los estados de cosas (1-2.01)

El *mundo* es lo que es el caso, y lo que es el caso es la totalidad de los hechos y no de las cosas; pero además el mundo son *los hechos en el espacio lógico*. A su vez, un *hecho* es algo complejo que se compone de estados de cosas —con el caso límite de un hecho que se compone de un solo estado de cosas—. Finalmente, los *estados de cosas* son también complejos aunque en distinto sentido, se componen de objetos.

2. Objetos, estados de cosas, formas de los objetos (2.011-2.0201)

Los *objetos* (*cosas*) han de ser de modo esencial posibles constituyentes de estados de cosas y eso significa que, en un sentido, son *independientes* puesto que pueden ocurrir en todas las situaciones posibles; ahora bien, esto es también una forma de *dependencia* en tanto que los objetos siempre han de ocurrir en una situación posible u otra. Dado que los estados de cosas se componen de objetos y un hecho es la existencia de estados de cosas, los hechos se componen finalmente de objetos. Un estado de cosas se diferencia de un hecho en que este último tiene como constituyentes estados de cosas que, a su vez, están compuestos de objetos, mientras que un estado de cosas, que también es complejo, no puede

descomponerse adicionalmente en otros estados de cosas, sino sólo en objetos, cosas. Un objeto es simple. Los *objetos tienen forma*: su forma es su posibilidad de ocurrencia en estados de cosas.

3. Objetos y substancia (2.021-2.0271)

Los objetos forman la *substancia del mundo* —lo invariable a través de las configuraciones de objetos— y por ello no pueden ser compuestos. El que haya substancia —objetos— es un requisito para poder figurar el mundo verdadera o falsamente. *La substancia determina una forma,* pero no puede determinar propiedad material alguna: esta última sólo es producto de las configuraciones de objetos.

4. Configuraciones de objetos, estructuras y formas (2.0272-2.063)

Los estados de cosas son *configuraciones* de objetos; en ellas los objetos se enganchan entre sí como los eslabones de una cadena sin que podamos identificar separadamente qué es lo que los enlaza. Un estado de cosas tiene *estructura*: el modo en que se enlazan entre sí los objetos que lo forman. La *forma de los objetos* es la posibilidad de estructura. Los estados de cosas son independientes entre sí: de la existencia de uno no puede inferirse la existencia o inexistencia de otro, y viceversa.

5. Figuras: la relación figurativa y la forma de figuración (2.1-2.174)

Las *figuras* —modelos de la realidad— representan una situación en el espacio lógico y constan de elementos con estructura (son hechos). Esto hace que las figuras sean, por así decirlo, bifrontes. Por un lado, los elementos de la figura son

representantes (hacen las veces) de los objetos que constituyen el estado de cosas que figuran. La *relación figurativa* es justamente la correlación de los elementos de la figura con los objetos del estado de cosas figurado. Por otro, el que los elementos de la figura estén relacionados de una manera particular representa el que las cosas están relacionadas de esa manera. La combinación de los elementos de la figura constituye su estructura, y la posibilidad de que la figura y lo figurado tengan estructura (que las cosas se relacionen unas con otras como los elementos de la figura) es la *forma de figuración*. La forma de figuración hace que un hecho sea figura de algo y la relación figurativa que la figura represente tal o cual configuración particular de objetos. Una figura puede figurar cualquier realidad con la que tenga comunidad de forma, pero no puede figurar su propia forma de figuración: sólo la exhibe.

6. Figuras y forma lógica de figuración (2.18-2.2)

Las figuras particulares explotan siempre determinadas características concretas a la hora de figurar estados de cosas. Por ejemplo, una disposición particular de los muebles de mi despacho puede figurar un estado de cosas explotando características espaciales, pero el mismo estado de cosas podría figurarse sin explotar esa característica (por ejemplo, mediante relaciones entre notas musicales). La característica más general que tienen en común figura y figurado es la *forma lógica de figuración*. La figura que tiene en común con lo figurado la forma lógica de figuración se denomina *figura lógica*. Por ello, toda figura es *también* una figura lógica.

7. El sentido de la figura. Verdad y falsedad (2.201-2.225)

En virtud de su forma de figuración la figura representa una situación posible en el espacio lógico y eso es su *sentido*. Pero lo que una figura representa es independiente de la verdad o false-

dad de la figura. Una figura tiene sentido en virtud de la forma de figuración; es verdadera o falsa en virtud de su acuerdo o desacuerdo con la realidad. Se sigue que para determinar si una figura es verdadera o falsa —excepto en el caso límite de tautologías y contradicciones— hemos de compararla con la realidad.

8. Pensamientos y figuras (3-3.05)

Un *pensamiento* es una *figura lógica de los hechos*. Esto parece querer decir que un pensamiento es un tipo de figura que, como tal, tiene también componentes (psíquicos) y estructura. Particularmente Wittgenstein no parece mantener que el pensamiento sea lo que está detrás de las figuras—dándoles, por así decirlo, aliento—. Pero las tesis de Wittgenstein sobre los pensamientos son controvertidas y parece hacer dos usos del término —como proceso psicológico y como resultado objetivo— con importantes consecuencias sobre la interpretación de puntos clave del *Tractatus*.

9. Proposición, signo proposicional y proyección (3.1-3.432)

Un *signo proposicional* es un hecho —que consta, por tanto, de elementos en una disposición particular— que, cuando se usa como *proyección* de una situación posible (lo que una figura representa, esto es: su sentido), constituye una *proposición*. Lo peculiar de las proposiciones —comparadas con las demás figuras— es que son signos proposicionales de forma lingüística usados de modo particular. Una proposición no es un mero revoltijo de palabras: tiene estructura (está articulada). Es por ello por lo que puede decirse que *sólo* mediante hechos (en este caso, signos proposicionales) podemos representar hechos. Pues no es una mera lista de signos la que dice algo, sino que lo que lo dice es el hecho de que los signos estén en tales y cuales relaciones entre sí.

10. Nombres y proposiciones (3.144-3.3)

Los elementos de un signo proposicional son signos simples que se denominan *nombres*. Su significado (aquello por lo que están) son objetos y a la configuración de estos elementos en el signo proposicional le corresponde una configuración de objetos en una situación. A diferencia de las proposiciones, que representan situaciones posibles en virtud de su forma de figuración, los nombres no representan nada, sólo están por objetos. En consecuencia, sólo las proposiciones tienen sentido, pero *los nombres sólo tienen significado* (referencia) *en el contexto de una proposición* (del mismo modo que los objetos sólo se dan en estados de cosas).

11. Funciones proposicionales (3.31-3.318)

Una *función proposicional* (variable proposicional) resulta de substituir al menos uno de los signos simples componentes del signo proposicional por una variable. Tal función colecciona todas las proposiciones que resultan de substituir la variable por un nombre adecuado. Los valores de la variable son resultado de estipulación; esto quiere decir que la estipulación sólo trata de signos y no de lo designado. Si la estipulación tratase del contenido de los signos, se estaría intentando decir algo que no puede decirse y que sólo puede mostrar el simbolismo.

12. Signo y símbolo y los problemas filosóficos (3.32-3.328)

Lo perceptible por los sentidos de un *símbolo* es un *signo*. Es posible que dos marcas escritas, sonoras, etc. (dos signos), tengan idénticas características perceptibles, pero que sean dos símbolos distintos, tengan diferentes usos con sentido. (Por ejemplo, el signo «verde» en «Verde es verde».) Esto, que en el lenguaje ordinario sucede sin generar confusión, es una

fuente de problemas filosóficos. Un lenguaje lógicamente perspicuo, un lenguaje regido por la gramática lógica, debería postular un solo signo para cada símbolo distinto.

13. Errores de Russell: la teoría de tipos y la paradoja de las clases (3.33-3.334)

La *teoría de tipos* es un claro ejemplo de un intento de decir algo que sólo el simbolismo puede mostrar dado que, al establecer las reglas del simbolismo, se especifica en tal teoría algo sobre aquello por lo que están los símbolos. Por otra parte, la paradoja de las clases implica la construcción de una función cuyo argumento es la propia función. Pero, a pesar que en la función así construida función y argumento tengan el mismo signo, son, sin embargo, símbolos distintos en virtud de que tienen un empleo lógico-sintáctico diferente.

14. Rasgos esenciales y rasgos accidentales de la proposición (3.34-3.5)

Los *rasgos accidentales* de la proposición tienen que ver con el modo particular en que se genera el signo proposicional, mientras que son *rasgos esenciales* los que permiten que la proposición exprese un sentido. Tenemos pues muchas variedades distintas de signos proposicionales que son de naturaleza arbitraria, pero todas ellas han de compartir la característica de ser modos posibles de significación: que compartan esta característica ya no es arbitrario, es uno de sus rasgos esenciales. Por otra parte, es también un rasgo esencial de cualquier sistema simbólico el que, una vez tomada una decisión arbitraria, ciertas cosas estén fuera de lugar. Finalmente, es un rasgo esencial de una proposición el que, en virtud de su sentido, ésta determine un lugar en el espacio lógico. Pero además, al efectuar esta determinación, todo el espacio lógico nos viene dado con ella.

15. Signo proposicional, proposición y pensamiento (3.5-4.001)

Un *signo proposicional* que, como sabemos, es un hecho (esto es: consta de elementos y estructura) cuando es empleado, pensado, es un *pensamiento* que consta, a su vez de elementos (psíquicos) y estructura. A su vez, un pensamiento es una proposición con sentido, esto es: una figura de una situación posible. La totalidad de las proposiciones constituye el lenguaje de modo paralelo a como el mundo es la totalidad de los hechos y no de sus componentes, las cosas. Sería pues un error concebir el lenguaje como la totalidad de los componentes de los signos proposicionales, los nombres.

16. Toda filosofía es «crítica del lenguaje» (4.001-4.0031)

Característicamente, una proposición presenta una situación posible en virtud de su forma lógica. Pero los modos particulares (vale decir convencionales) en los que una proposición expresa su sentido pueden despistarnos respecto de su verdadera forma lógica. Pues del mismo modo que los vestidos no están diseñados en muchos casos para revelar la forma del cuerpo y, así, nos engañan respecto del contorno corporal de la persona que visten, tampoco los signos proposicionales permiten en numerosos casos adivinar de manera inmediata la forma lógica de la que son expresión sensiblemente perceptible. Gran parte de los *problemas filosóficos* surgen de las *ilusiones* creadas por los signos proposicionales y la filosofía consiste en la actividad crítica que nos permite hacernos cargo de la lógica, muchas veces camuflada, de nuestro lenguaje. De ahí la afirmación de que «Toda filosofía es "crítica del lenguaje"».

17. La proposición como figura de la realidad (4.011-4.0311)

Aunque, a primera vista, las proposiciones no parecen ser *figuras de la realidad,* Wittgenstein defiende en el *Tractatus*

que son, en efecto, figuras. Pues aunque tampoco la notación musical parezca ser a primera vista una figura de la música, ni la escritura fonética una figura del lenguaje hablado, todas estas notaciones son figuras porque están entre sí en la *relación interna de figuración* que se da entre lenguaje y mundo. Podemos ver esto si nos damos cuenta de que, en el caso de cualquier signo proposicional, entendemos la situación posible que se representa en su empleo con sentido con sólo saber por qué están sus componentes: no necesito para ello que se me explique nada más, pues el sentido es algo que la propia proposición *muestra* en virtud de la relaciones entre los elementos del signo proposicional cuyas referencias ya conozco. De aquí se sigue que entender el sentido de una proposición es saber lo que sería el caso *si* la proposición fuese verdadera (y no saber *si es verdadera*). Conocer el sentido de la proposición «Tom está encima de la mesa» no es saber si Tom está efectivamente encima de la mesa, sino qué sería el caso si Tom estuviera encima de la mesa.

18. Las constantes lógicas no son representantes de nada (4.0312-4.0641)

El que las constantes lógicas *no son representantes de nada* o, alternativamente, el que la lógica de los hechos no consiente en tener representantes (al modo en que los objetos los tienen) es considerado por Wittgenstein como su *idea fundamental* en el *Tractatus*. ¿Qué se quiere decir con esto? Si entender el sentido de una proposición es saber qué sería el caso si esa proposición fuese verdadera, si uno entiende el sentido de una proposición sabe *eo ipso* lo que sería el caso si esa proposición fuese falsa (esto es: si su sentido no estuviera de acuerdo con la realidad). Ahora bien, si esto es así es porque a las dos proposiciones «Tom está encima de la mesa» (*p*) y «Tom no está encima de la mesa» (*~p*) les corresponde *una y la misma realidad* aunque su sentido (la situación que representan) sea opuesto. «*p*» y «*~p*» no se diferencian en nada por lo que respecta a su contenido —la introducción de «~» no

introduce discriminación objetiva alguna— dado que las constantes lógicas no son representantes de nada. La función de «~» es invertir la proposición a la que se antepone, pero esta operación no da como resultado una diferencia en la configuración de nombres que hacen de «*p*» y «~*p*» figuras, pues a *p* y ~*p* les corresponde una y la misma realidad, que hace a una verdadera y a la otra falsa.

19. La filosofía no es ninguna de las ciencias naturales (4.1-4.116)

Las proposiciones representan la existencia o no existencia de estados de cosas; son figuras de la realidad dado que la realidad es la existencia y no existencia de estados de cosas. La ciencia está constituida por la totalidad de las proposiciones verdaderas, pero, ni por su objeto, método o resultados, *la filosofía no es ninguna de las ciencias naturales*. La filosofía tiene como objetivo la clarificación lógica de los pensamientos y su resultado no son «proposiciones filosóficas», sino la clarificación de tales proposiciones. Muchos problemas filosóficos surgen por considerar la filosofía como una *teoría* en lugar de una *actividad*. En efecto, esto lleva aparejada la concepción de que la filosofía hace enunciados sobre el mundo cuando, en realidad, su tarea es dar a entender lo que no puede decirse al presentar de forma clara lo que puede decirse.

20. Propiedades formales (4.12-4.1251)

Aunque las proposiciones pueden representar toda la realidad, sin embargo no pueden representar la forma lógica: lo que tienen en común con la realidad para poder representarla. La forma lógica de la realidad se muestra en las proposiciones y lo que puede mostrarse no puede decirse. Dicho de manera general: una *propiedad formal* no puede expresarse por medio de un término general, sino que se muestra por

medio de la aplicación del signo en cuestión. Así, una expresión como «"Nieva" es una proposición» es un sinsentido ya que el signo proposicional "Nieva", usado como proyección de una situación posible, muestra él mismo que es una proposición, pero no lo dice. Intentar decirlo genera problemas similares al intento de representar la forma lógica.

21. Serie formal (4.1252)

Una *serie formal* es aquella que está ordenada por relaciones internas (una propiedad interna —formal— es aquella cuyo objeto es impensable que no la posea: este color azul y aquél es impensable que no estén en la relación interna de más claro a más oscuro). La serie de los números, por ejemplo, está ordenada por una relación interna. (Véase también 5.2-5.4.)

22. Conceptos formales (4.126-4.128)

Mientras que las propiedades formales vienen expresadas por rasgos de símbolos, los *conceptos formales* lo son por variables proposicionales. De nuevo, los conceptos formales no pueden expresarse mediante una función; la expresión de un concepto formal es una variable proposicional. Palabras como «complejo», «hecho», «función», «objeto», «número», etc., designan conceptos formales y se representan mediante variables y no mediante funciones o clases. De manera acorde con lo anterior, la pregunta por la existencia de un concepto formal es un sinsentido.

23. Proposiciones elementales y nombres (4.2-4.243)

Las *proposiciones elementales* son el tipo más simple de proposición (no se pueden descomponer adicionalmente en nuevas proposiciones). La señal de que una proposición es

una proposición elemental es que su contradictoria no puede ser, a su vez, una proposición elemental. Una proposición elemental no consta pues de otras proposiciones elementales, sino de nombres en combinación. Tales nombres son signos simples. Las proposiciones complejas han de poder analizarse de modo que lleguemos a las proposiciones elementales y, eventualmente, a los *nombres*. Del mismo modo que los objetos se dan sólo en combinaciones que forman estados de cosas, sus representantes, los nombres, sólo se dan en la trabazón de una proposición elemental.

24. Funciones de verdad (4.25-4.45; 5-5.101)

Si una proposición elemental es verdadera, entonces se da el estado de cosas que figura; si es falsa, no se da. A su vez, una proposición compleja es una función de verdad de sus proposiciones elementales componentes; que sea una *función de verdad* quiere decir que la verdad o falsedad de una proposición compleja dependerá de la verdad o falsedad de las proposiciones elementales de las que está compuesta. Las posibilidades de verdad de las proposiciones elementales —las posibilidades de existencia y no existencia de estados de cosas— pueden representarse en la forma esquemática que aparece en 4.31, y los modos en los que la verdad de una proposición compleja es función de la verdad de las proposiciones elementales que la componen se puede representar por medio de una tabla de verdad (que Wittgenstein considera como un signo proposicional). Dado que podemos escribir «$p \supset q$» en forma de tabla de verdad —por ejemplo, como «($VVFV$) (p, q)» en uno de los formatos considerados por Wittgenstein—, ello muestra de modo transparente la tesis fundamental de que las constantes lógicas no son representantes de nada (como hacen los nombres). *De modo general, una proposición es una función de verdad de proposiciones elementales, pues una proposición elemental es una función de verdad de sí misma.* Las funciones de verdad pueden ordenarse en series. Las funciones de verdad de un número cualquiera

de proposiciones elementales pueden escribirse en la forma del esquema que aparece en 5.101. Este esquema nos da el sistema total de las conectivas binarias.

25. Tautologías y contradicciones (4.46-4.4661)

Entre los posibles grupos de condiciones de verdad hay dos casos extremos. En uno de ellos la proposición es verdadera para todas las posibilidades de verdad de las proposiciones elementales: se trata de una *tautología*. Pero también tenemos el caso en el que la proposición es falsa para todas las posibilidades de verdad de sus proposiciones elementales: se trata de una *contradicción*. Tautologías y contradicciones muestran que no dicen nada; carecen de sentido pero no son sinsentidos. Pertenecen al simbolismo lo mismo que el símbolo «0» pertenece al simbolismo de la aritmética. Ni las tautologías ni las contradicciones son figuras de la realidad: las primeras permiten cualquier situación posible («Llueve o no llueve» no informa del estado del tiempo porque permite cualquier estado de cosas «atmosférico»), mientras que las segundas cierran la posibilidad de cualquier situación («No es cierto que llueve o no llueve» es falsa independientemente de cuál sea el estado del tiempo atmosférico).

26. La forma general de la proposición (4.5-4.53)

Del mismo modo que se ha analizado lo que es esencial a los diferentes tipos de figuras, independientemente de los diferentes modos de figuración —la forma lógica—, comienza ahora el tratamiento de lo que es común a toda proposición. La *forma general de la proposición* es «así es como están las cosas». Si las proposiciones elementales son concatenaciones de nombres que están por objetos y que expresan un sentido (una situación posible) en virtud de esa concatenación, una proposición elemental habla efectivamente de «cómo están las cosas». Y, dado que las constantes lógicas no

introducen en la proposición ningún representante de objetos (ningún nombre adicional), lo mismo vale para las proposiciones complejas: en su caso sigue siendo cierto que su forma general sigue siendo «así están las cosas».

27. Inferencia, nexo causal y libre albedrío (5.11-5.143)

La verdad de una proposición *se sigue* de la verdad de otra(s) cuando los fundamentos veritativos de ésta(s) —las posibilidades de verdad de sus argumentos veritativos que la hacen verdadera (5.101)— son también fundamentos veritativos de aquélla. De este modo, es fácil ver que «$p \supset q$» se sigue de «$p.\ q$» dado que todos los fundamentos veritativos de «$p.\ q$» son también fundamentos veritativos de «$p \supset q$». Del mismo modo, es fácil ver que «$p.\ q$» no se sigue de «$p \supset q$» puesto que no todos los fundamentos veritativos de la última proposición son fundamentos veritativos de la primera. El que la verdad de una proposición se siga de la verdad de otra reside en las relaciones internas que mantienen ambas proposiciones: en los *sentidos* de ambas. Es por ello por lo que las «leyes de inferencia» de Frege y Russell son superfluas. Por otra parte, de una proposición elemental no es posible deducir ninguna otra, como resulta obvio a partir de la consideración de que no puede haber dos proposiciones elementales que tengan todos los fundamentos veritativos en común. Tampoco hay *nexo causal alguno* que justifique la inferencia dado que dos estados de cosas si son distintos no tienen elementos comunes. Ésta es la razón por la que podemos hablar de *libre albedrío*: porque no se pueden conocer ahora las acciones futuras; sólo podríamos conocerlas si la causalidad tuviera, como la inferencia lógica, una necesidad interna.

28. Probabilidad (5.15-5.156)

Wittgenstein define la *probabilidad* como una relación entre proposiciones: la probabilidad que una proposición

confiere a otra en virtud de la comunidad total o parcial de sus fundamentos veritativos. Así, por ejemplo, una conjunción confiere grado de probabilidad 1 a la disyunción dado que ésta se sigue lógicamente de aquélla (la inferencia es un caso límite de la probabilidad). Inversamente, la disyunción confiere la probabilidad 1/3 a la conjunción por razones no difíciles de averiguar. Las proposiciones de probabilidad no tienen ningún objeto que les sea peculiar; se trata aquí de la *probabilidad lógica,* no de la psicológica, en las que «es probable» —como sucede con las constantes lógicas— no es un símbolo que sea representativo de nada.

29. Operaciones (5.2-5.254)

Una *operación* es lo que le ha de suceder a una proposición para hacer surgir otra distinta a partir de ella. Las estructuras de las proposiciones mantienen entre sí relaciones internas que se pueden poner de relieve representando la proposición como resultado de una operación que la genera a partir de otras proposiciones. Así, las funciones de verdad de las proposiciones elementales son resultados de operaciones que tienen a tales proposiciones elementales como base. Hay un tipo de operación en la que Wittgenstein está particularmente interesado: *la aplicación reiterada de una operación a su propio resultado*: tal aplicación reiterada equivale al concepto «y así sucesivamente».

30. Operaciones, funciones veritativas y constantes lógicas (5.3-5.441; 5.5-5.5151)

Cualquier *proposición* es el *resultado de operaciones veritativas sobre proposiciones elementales* (donde por «operación veritativa» se entiende el modo en que una función de verdad resulta a partir de proposiciones elementales). Esto sirve de apoyo a la tesis de que no hay objetos lógicos (las constantes lógicas no son representantes de nada). A su vez, toda función

de verdad es el resultado de la aplicación reiterada a proposiciones elementales de la operación de negación conjunta.

31. La lógica se nos da «de golpe» y «La lógica debe preocuparse de sí misma» (5.442-5.476)

Al dársenos una proposición, se nos dan también con ella todos los *resultados de las operaciones veritativas que le sirven como base*. La introducción de un concepto primitivo ha de hacerse para todas las combinaciones en las que aparezca: en lógica no es posible introducir un nuevo dispositivo en el simbolismo «entre paréntesis» —o, por así decirlo, «con la boca pequeña»—. La lógica *debe preocuparse de sí misma* quiere decir: no podemos entrometernos —tomando decisiones arbitrarias— una vez que se han fijado las convenciones para el uso del simbolismo. Dado que no podemos dar un sentido incorrecto a un signo —sería lo mismo que afirmar que el lenguaje al que pertenece ese signo no tiene sintaxis lógica—, se sigue que (en cierto sentido) tampoco podemos cometer errores en lógica.

32. Generalidad (5.52-5.5262)

Las proposiciones *generales* son también funciones de verdad de proposiciones elementales. Son el resultado de la aplicación reiterada de la operación de negación conjunta al conjunto de todos los valores de una variable. Hay, sin embargo, un punto en el que la generalidad se separa de las funciones de verdad: Wittgenstein no acepta que el cuantificador universal se identifique con la conjunción iterada de las proposiciones que son valores de la variable, ni el existencial con su disyunción iterada, sino que *es la propia variable de cuantificación* —una protofigura de las proposiciones que son sus valores— *la que ya introduce la generalidad*. Las proposiciones completamente generalizadas —aquellas en las que no aparece ninguna constante— pueden, por extraño que parezca, describir completamente el mundo.

32. Identidad (5.53-5.5352)

La identidad de objetos se expresa en el *Tractatus* mediante la *identidad* de signos y la diferencia de objetos mediante la diferencia de signos. El signo de identidad no forma parte *esencial* de una notación lógica perspicua pues *a*) la previsión anterior permite tratar satisfactoriamente los enunciados de identidad numérica y *b*) los enunciados de identidad puros no pueden ni siquiera decirse.

33. Actitudes proposicionales (5.54-5.5423)

En la forma general de la proposición las proposiciones ocurren como parte de otras sólo como base de las operaciones veritativas. Pero parece que ciertas formas de proposición como «*A* cree que *p* es el caso» o «*A* piensa *p*» pueden ocurrir de manera distinta. «*A* piensa *p*» tiene la forma «"*p*" dice *p*». Al decir «*A* cree *p*» el hablante intenta figurar un estado de cosas diciendo que *A* tiene tal y tal creencia sin que sus palabras *digan* el contenido de la creencia que *A* tiene: *muestran* ese contenido diciendo el signo proposicional que *A* piensa. De este modo, en «*A* cree *p*» «*p*» no aparece como signo proposicional usado como proyección de una situación posible, por lo que «*A* cree *p*» no es función de verdad de «*p*». Dado que, a su vez, en «*A* cree *p*» «*p*» no puede ser simple —es un hecho—, *A*, el sujeto que piensa «*p*», no puede ser simple tampoco.

34. La lógica y el mundo (5.55-5.61)

De las proposiciones elementales sólo podemos decir *a priori* que constan de nombres. La decisión acerca de las formas de proposiciones elementales que ha de contener una descripción del mundo no se puede tomar basándonos sólo en el análisis lógico. Pero, si la apelación a la experiencia tampoco puede ayudarnos en esto, ¿hemos de admitir un dominio *a priori* situado más allá de la lógica? La realidad empírica queda delimitada por la totalidad de los objetos y tal

límite se manifiesta a sí mismo en las proposiciones elementales. La lógica toma como base el modo de expresión que ya tenemos —las proposiciones de nuestro lenguaje ordinario están ordenadas de una manera lógicamente perfecta— aunque a veces el análisis lógico venga en nuestra ayuda para aclarar ciertas obscuridades de ese modo de expresión. Lógica y mundo son, por así decirlo, coextensos: los límites del mundo y los de la lógica coinciden. Por otra parte, los límites de mi lenguaje son los límites de mi mundo.

35. Solipsismo (5.62-5.641)

¿Es el *solipsismo* —la tesis de que sólo existo yo y mis sensaciones— una verdad? Wittgenstein afirma que lo que el solipsismo quiere decir es totalmente correcto, sólo que no se puede decir, sino que se muestra. Wittgenstein parece tomar en consideración la posibilidad de un yo transcendental, un yo que no pertenece al mundo, pero que es un límite del mundo (5.632). A estos efectos, establece una comparación con el ojo y el campo visual: del mismo modo que la existencia del campo visual muestra la existencia del ojo, pero el ojo no es un objeto del campo visual, el yo tampoco aparece en lo que podemos llamar el «campo de la conciencia» del mundo, aunque es condición de posibilidad del campo de la conciencia. De este modo, la filosofía podría, a pesar de no enunciar nada sobre el yo transcendental, mostrar algo sobre él (como el campo visual muestra el ojo).

36. Las proposiciones de la matemática y de la lógica (6-6.241)

Toda proposición es el resultado de aplicar de manera sucesiva la operación de negación conjunta a proposiciones elementales. Del mismo modo, cualquier número particular es el resultado de aplicar un número particular de veces una operación: cualquier número se puede escribir como el exponente de tal operación. Las *proposiciones de la lógica* son tautologías —no dicen nada— aunque este hecho muestra las propiedades

formales del lenguaje, del mundo. El que no digan nada, explica también por qué las proposiciones de la lógica no pueden ser confirmadas ni refutadas por ninguna experiencia posible: su verdad se reconoce por el *símbolo sólo*. Tampoco la validez general es indicio de que algo es una proposición de la lógica; una proposición general —por ejemplo, «Todos los hombres son mortales»— sólo vale de manera accidental, mientras que la validez general de la lógica es *esencial*. La lógica es transcendental, esto es: las proposiciones de la lógica no son distintas en género a las demás proposiciones, pero muestran algo que está presente en todas las proposiciones que dicen algo, pero que no puede decirse. Las *proposiciones de la matemática* son ecuaciones, por tanto pseudoproposiciones, y, como las de la lógica, carecen de sentido. La corrección de las proposiciones de la matemática puede determinarse sin apelar a los hechos. El que la matemática es un método de la lógica quiere decir: lo esencial del método de la matemática es trabajar con ecuaciones y esto no es más que un método particular de transformación de signos, el método de substitución.

37. Las proposiciones de la ciencia (6.3-6.372)

La *ley de la causalidad* no es una ley, sino la forma de una ley. Esto quiere decir que la ley de la causalidad no dice nada sobre el mundo, sino que es condición de posibilidad de las descripciones del mundo. Por eso, afirma Wittgenstein, si hubiera una ley de causalidad podría tener la siguiente forma: «Hay leyes naturales» (algo que, por otra parte, no puede decirse, se muestra). A su vez, las propias *teorías científicas no enuncian nada sobre el mundo*, son instrumentos que nos permiten describirlo; pero sí lo dice el que el mundo se deje describir de una manera particular (por ejemplo, mediante la mecánica newtoniana). Al hacer descripciones más o menos exactas, más o menos sencillas o más o menos adecuadas, las teorías científicas sí hablan del mundo. El *procedimiento inductivo* consiste en aceptar la ley más simple que case con nuestras experiencias. Tal procedimiento sólo tiene fundamentación psicológica y no lógica. Las leyes de la naturaleza (en contra de la opinión más exten-

dida entre los científicos) *no explican* los fenómenos naturales. Las explicaciones sólo tienen lugar allí donde se ponen de manifiesto conexiones necesarias y las leyes de la naturaleza sólo nos dicen cómo son las cosas y no cómo tienen que ser.

38. La voluntad, las proposiciones de la ética y lo místico (6.373-6.522)

El mundo es independiente de mi *voluntad*. Esto quiere decir: «Quiero que sea el caso que *p*» y «*p*» expresan dos hechos lógicamente independientes por lo que no podemos decir que uno tiene incidencia en otro. Es más, podría suceder que todo lo que quisiésemos fuera efectivamente el caso, aunque esto sólo sería un feliz accidente. Todas las proposiciones tienen *igual valor* quiere decir: no hay ninguna proposición que exprese valor alguno pues las proposiciones expresan lo que es el caso, lo contingente y lo que tiene algún valor no tiene tal carácter, no es parte del mundo. Ésta es la razón por la que no puede haber proposiciones de la *ética*. *Lo místico* no consiste en cómo sea el mundo, sino en que sea. Esto es lo inexpresable, lo que se manifiesta a sí mismo, aquello para lo que la ciencia no tiene respuestas —«el enigma»—.

39. El método correcto en filosofía (6.53-6.54)

Lo que se puede decir son las proposiciones de la ciencia natural (incluyendo aquí las proposiciones del lenguaje ordinario). Dado que la filosofía no es una ciencia natural sus proposiciones no pueden decirse, son sinsentidos. El *método correcto en filosofía* consiste entonces en no decir nada más que lo que puede decirse y corregir al que intenta decir algo que no puede decirse mostrándole que no ha dado significado a algunos términos de sus proposiciones. Las proposiciones usadas para hacer aclaraciones filosóficas son también sinsentidos que, una vez que han cumplido su misión, pueden desecharse como se hace con la escalera de la que nos hemos servido para alcanzar un lugar elevado. Wittgenstein reconoce que este método podría no resultar psicológicamente satisfactorio para la perso-

na a la que estamos corrigiendo porque no tendría la sensación de que le estamos enseñando filosofía. Pero deberíamos decir a renglón seguido: la filosofía no es una teoría que se enseñe (como la física o la biología); es una actividad.

40. El silencio (7)

Sobre lo que no se puede hablar, hay que callar la boca. Esto es casi perogrullesco: aquello que no se puede decir (todo lo que no pertenece al ámbito de la ciencia natural) no puede decirse, hay necesidad lógica de guardar silencio sobre ello. Naturalmente, esto no significa que los intentos de decirlo no sean valiosos: piénsese sólo en las proposiciones de la filosofía. Los problemas surgen cuando suponemos que las proposiciones filosóficas hablan sobre el mundo al modo que lo hacen las de la ciencia natural.

* * *

Las circunstancias en las que se publicó el *Tractatus* en Inglaterra en 1922 aconsejaron que la edición fuese bilingüe alemán-inglés. Se inauguró así una tradición que, ochenta años después y en un contexto distinto, no parece tener ya demasiado sentido. Por esta razón prescindimos aquí del texto alemán y sólo se ofrece la traducción castellana. Naturalmente, he consultado las traducciones castellanas de Enrique Tierno Galván (Revista de Occidente, Madrid, 1957) y de Jacobo Muñoz e Isidoro Reguera (Alianza, Madrid, 1987 y 1995), así como la catalana de Josep Maria Terricabras (Laia, Barcelona, 1981) de las que, sin duda, esta versión es deudora. Respecto de las traducciones inglesas, la de Ogden y Ramsey [Routledge & Kegan Paul, Londres, 1922 y 1933 (con correcciones)] tiene la ventaja de haber sido corregida por el propio Wittgenstein, con lo que es un puerto bastante seguro cuando uno está en dificultades. La de Pears y McGuiness (Routledge & Kegan Paul, Londres, 1961) es literariamente mejor y tiene además la ventaja de resolver algunas importantes ambigüedades de la traducción de Ogden. He consultado también las traducciones francesas de

Pierre Klossowski (Gallimard, París, 1972) y de Gilles-Gaston Granger (Gallimard, París, 1993); las italianas de G. C. Colombo (Fratelli-Bocca, Milán/Roma, 1954) y de Amedeo G. Conte (Einaudi, Turín, 1998) y la portuguesa de M. S. Lourenço (Fundação Calouste-Gulbekian, Lisboa, 1987).

La traducción incorpora una serie de notas explicativas —no eruditas— si bien he procurado mencionar en todo momento al comentador en el que me he inspirado. Es cierto que el hecho de que las notas aparezcan intercaladas en el texto (aunque presentadas de manera que puedan distinguirse de él en todo momento) puede parecer un tanto chocante aunque sólo sea por inusual. He contemplado con el editor varias posibilidades de presentación y, considerando todas las cosas, esta opción nos ha parecido la más acertada. Espero no haberme equivocado del todo. Por otra parte, las notas no pretenden ser un comentario exhaustivo; su única vocación es servir de guía al lector en pasajes difíciles del texto y, algunas veces, proporcionarle información pertinente para su comprensión. Nuevamente, y con grandes dosis de benevolencia, espero que, por lo menos, se puedan tomar como una nueva prueba de la posibilidad de *akrasia*. He incluido un glosario de símbolos. En líneas generales, Wittgenstein utiliza en el *Tractatus* la notación de los *Principia Mathematica* de Russell, hoy en desuso. Por eso en el glosario doy indicaciones acerca de la notación más usual en nuestros días. Finalmente, ofrezco un índice analítico en el que ordeno alfabéticamente los diferentes términos castellanos que uso en la traducción y doy sus equivalentes alemanes. Indico también los casos en los que no he podido mantener —a pesar de haberlo intentado— correspondencias uniformes entre términos castellanos y alemanes.

Un grupo de compañeros de profesión y de estudiantes de filosofía de la Universidad de Oviedo me han ayudado leyendo la introducción, la traducción y las notas y haciéndome sugerencias que, o bien facilitaban la comprensión, o me evitaban caer en errores de todo tipo. Ni que decir tiene que las incorrecciones que subsistan son sólo responsabilidad mía. Muchas gracias pues por su inapreciable ayuda a Macarena de Blanco de Paz, Margarita Blanco Hölscher, Roger Bosch

Bastardes, David Fernández García, Alfonso García Suárez, Manuel Garrido Giménez, Guillermo Lorenzo González, Patricia Martínez López, Sergio Miranda Llorens, Josep Lluís Prades Celma, Gonzalo Rodríguez García, Jorge Rodríguez Marqueze, Víctor Manuel Santamaría Navarro, Martín Sevilla Rodríguez y Lorena Villamil García.

Luanco-Oviedo, febrero de 2002

Nota a la segunda edición

En esta segunda edición del *Tractatus* en la colección «Los Esenciales de la Filosofía» de Editorial Tecnos he corregido los errores y/o erratas de la primera que he podido advertir y/o de los que he sido avisado. Agradezco a mis compañeros Pedro J. Chamizo, de la Universidad de Málaga; Luis Fernández Moreno, de la Universidad Complutense de Madrid, y Julián Velarde, de la Universidad de Oviedo, su generosa ayuda al hacerme ver defectos en los que no había reparado. En los anexos he introducido una selección bibliográfica sobre el *Tractatus*, así como indicaciones sobre musicografía, filmografía y páginas web dedicadas a esta obra.

Oviedo, septiembre de 2002

Nota a la tercera edición

En esta tercera edición del *Tractatus logico-philosophicus* se han introducido nuevas correcciones de erratas esencialmente tipográficas y se han reformulado algunas expresiones que quizás adolecían de cierta oscuridad. La bibliografía y la musicografía han sido actualizadas.

Oviedo, noviembre de 2006

Introducción

por Bertrand Russell, F. R. S.*

* *Fellow of the Royal Society*. Russell fue elegido miembro de la prestigiosa Royal Society en 1906.

El *Tractatus Logico-Philosophicus* del Sr. Wittgenstein, resulte ser o no la verdad última sobre los asuntos de los que trata, ciertamente merece ser considerado, tanto por el aliento que respira, como por su alcance y su profundidad, un acontecimiento importante en el mundo filosófico. Partiendo de los principios del simbolismo y de las relaciones que, en cualquier lenguaje, son necesarias entre palabras y cosas, aplica el resultado de esta investigación a diversas regiones de la filosofía tradicional mostrando en cada caso cómo la filosofía y las soluciones tradicionales surgen de la ignorancia de los principios del simbolismo y del mal uso del lenguaje.

En primer lugar, se somete a consideración la estructura lógica de las proposiciones y la naturaleza de la inferencia lógica. Desde ahí pasamos sucesivamente a la teoría del conocimiento, a los principios de la física, a la ética y, finalmente, a lo místico (*das Mystische*).

Para entender el libro del Sr. Wittgenstein, es necesario darse cuenta de cuál es el problema que le preocupa. En la parte de su teoría que trata del simbolismo se ocupa de las condiciones que deberían ser cumplidas por un lenguaje lógicamente perfecto. Hay diversos problemas por lo que respecta al lenguaje. En primer lugar, está el problema de lo que pasa efectivamente en nuestras mentes cuando usamos el lenguaje con la intención de querer decir algo mediante él; este problema pertenece a la

psicología. En segundo lugar, está el problema de cuál es la relación que se da entre pensamientos, palabras u oraciones y aquello a lo que se refieren o significan; este problema pertenece a la epistemología. En tercer lugar está el problema del uso de las oraciones para transmitir verdad más bien que falsedad; esto pertenece a las ciencias especiales que tratan de los temas de los que hablan las oraciones en cuestión. En cuarto lugar está la cuestión siguiente: ¿qué relación tiene que tener un hecho (como, por ejemplo, una oración) con otro para que el primero sea *capaz* de ser un símbolo del segundo? Esto último es una cuestión lógica y es de la que se ocupa el Sr. Wittgenstein. Se ocupa de las condiciones de un simbolismo *exacto*, esto es, de un simbolismo en el que una oración «significa» algo completamente determinado. En la práctica, el lenguaje es siempre más o menos vago, de modo que lo que aseveramos jamás es completamente preciso. Así pues, la lógica tiene dos problemas que tratar con respecto al simbolismo: 1) las condiciones para que el sentido, más bien que el sinsentido, se dé en las combinaciones de símbolos; 2) las condiciones para la unicidad del significado o la referencia en los símbolos o combinaciones de símbolos. Un lenguaje lógicamente perfecto tiene reglas de sintaxis que impiden el sinsentido, y tiene símbolos individuales que tienen siempre un significado determinado y único. El Sr. Wittgenstein se ocupa de las condiciones de un lenguaje lógicamente perfecto; no es que algún lenguaje vaya a ser alguna vez lógicamente perfecto, o que nos creamos capaces, aquí y ahora, de construir un lenguaje lógicamente perfecto, sino que toda la función del lenguaje consiste en tener significado y sólo cumple esta función en la medida en que se acerca al lenguaje ideal que postulamos.

La ocupación esencial del lenguaje es aseverar o negar hechos. Dada la sintaxis de un lenguaje, el significado de una oración queda determinado tan pronto como se conoce el significado de las palabras componentes. Para que cierta oración asevere cierto hecho tiene que haber algo, esté como esté construido el lenguaje, que sea común a la estructura de la oración y la estructura del hecho. Ésta es quizás la tesis más fundamental de la teoría del Sr. Wittgenstein. Lo que tiene que

haber en común entre la oración y el hecho no puede a su vez, defiende él, *decirse* en el lenguaje. Sólo puede, en su terminología, *mostrarse*, no decirse, pues cualquier cosa que podamos decir necesitará tener con todo la misma estructura.

El primer requisito de un lenguaje ideal sería que hubiera un sólo nombre para cada simple y que jamás hubiera el mismo nombre para dos simples distintos. Un nombre es un símbolo simple en el sentido de que no tiene partes que sean ellas mismas símbolos. En un lenguaje lógicamente perfecto nada que no sea simple tendrá un símbolo simple. El símbolo de un todo será un «complejo» que contiene los símbolos de las partes. Al hablar de un «complejo» estamos, como se verá más tarde, pecando contra las reglas de la gramática filosófica, pero esto es inevitable al principio. «La mayor parte de las proposiciones y preguntas que se han escrito sobre asuntos filosóficos no son falsas sino sinsentidos. Es por ello por lo que no podemos en absoluto responder a preguntas de ese tipo, sino sólo constatar que se trata de sinsentidos. La mayor parte de las preguntas y proposiciones de los filósofos surgen del hecho de que no entendemos la lógica de nuestro lenguaje. Son del mismo género que la pregunta sobre si lo bueno es más o menos idéntico que lo bello» (4.003). Lo que en el mundo es complejo es un hecho. Los hechos que no están compuestos de otros hechos son lo que el Sr. Wittgenstein llama *Sachverhalte*, mientras que un hecho que puede constar de dos o más hechos se denomina *Tatsache*; así, por ejemplo, «Sócrates es sabio» es un *Sachverhalt* lo mismo que un *Tatsache*, mientras que «Sócrates es sabio y Platón es su discípulo» es un *Tatsache*, pero no un *Sachverhalt*.

El autor compara la expresión lingüística con la proyección en geometría. Una figura geométrica puede proyectarse de muchas maneras; cada una de esas maneras corresponde a un lenguaje diferente, pero las propiedades proyectivas de la figura original permanecen inalteradas sea cual sea la manera de proyección que se adopte. Las propiedades proyectivas corresponden a lo que, en su teoría, tienen que tener en común la proposición y el hecho, si la proposición ha de aseverar el hecho.

En ciertos modos elementales esto es, desde luego, bastante obvio. Es imposible, por ejemplo, hacer un enunciado sobre dos hombres (suponiendo por el momento que los hombres hayan de ser tratados como simples), sin emplear dos nombres, y si se va a aseverar una relación entre los dos hombres será necesario que la oración en la que se hace la aserción establezca una relación entre los dos nombres. Si decimos «Platón ama a Sócrates», la palabra «ama» que ocurre entre las palabras «Platón» y «Sócrates» establece una cierta relación entre esas dos palabras y, debido a este hecho, nuestra oración es capaz de aseverar una relación entre las personas nombradas por las palabras «Platón» y «Sócrates». «No: "El signo complejo '*aRb*' dice que *a* está en la relación *R* con *b*", sino más bien: "*Que* '*a*' está en cierta relación con '*b*' dice *que aRb*"» (3.1432).

El Sr. Wittgenstein comienza su teoría del simbolismo con el enunciado (2.1) «Nos hacemos figuras de los hechos». Una figura, dice él, es un modelo de la realidad, y a los objetos de la realidad les corresponden los elementos de la figura: la propia figura es un hecho. El hecho de que las cosas tengan una cierta relación entre sí se representa por el hecho de que, en la figura, sus elementos tienen una cierta relación entre sí. «En la figura y en lo figurado ha de haber algo idéntico para que, en suma, la una pueda ser figura de lo otro. Lo que una figura tiene que tener en común con la realidad para poder figurarla a su modo y manera —correcta o erróneamente— es su forma de figuración» (2.161, 2.17).

Hablamos de una figura lógica de la realidad cuando queremos implicar sólamente tanta semejanza como es esencial a su ser una figura, en cualquier sentido que tomemos esto; es decir: cuando no queremos implicar nada más que identidad de forma lógica. La figura lógica de un hecho, dice él, es un *Gedanke*. Una figura puede corresponder o no con un hecho y ser, de acuerdo con ello, verdadera o falsa, pero en ambos casos comparte la forma lógica con el hecho. El sentido en que habla de figuras viene ilustrado por el enunciado siguiente: «La placa del gramófono, el pensamiento musical, la notación musical, las ondas sonoras, están todos ellos entre sí en

la relación interna de figuración que se da entre lenguaje y mundo. Todos ellos tienen en común la construcción lógica. (Como, en el cuento, los dos jóvenes, sus dos caballos y sus lirios. En cierto sentido, todos ellos son uno)» (4.014). La posibilidad de que una proposición represente un hecho descansa sobre el hecho de que en ella los objetos están representados por signos. Las denominadas «constantes» lógicas no están representadas por signos, pero están presentes ellas mismas tanto en la proposición como en el hecho. La proposición y el hecho tienen que exhibir la misma «multiplicidad» lógica, y tal cosa no puede, a su vez, representarse ya que esto tiene que ser común al hecho y a la figura. El Sr. Wittgenstein mantiene que todo lo que es propiamente filosófico pertenece a lo que sólo puede ser mostrado, a lo que es común al hecho y a su figura lógica. A partir de este punto de vista resulta que no puede decirse nada correcto en filosofía. Toda proposición filosófica es gramaticalmente defectuosa y lo mejor que podemos esperar lograr mediante la discusión filosófica es guiar a la gente para que vea que la discusión filosófica es un error. «La filosofía no es ninguna de las ciencias naturales. (La palabra "filosofía" tiene que significar algo que esté por encima o por debajo de las ciencias naturales, pero no a su mismo nivel.) El objetivo de la filosofía es la clarificación lógica de los pensamientos. La filosofía no es una teoría, sino una actividad. Una obra filosófica consta esencialmente de elucidaciones. El resultado de la filosofía no son "proposiciones filosóficas" sino la clarificación de las proposiciones. La filosofía debe clarificar y delimitar de manera nítida los pensamientos que, de otro modo, se presentan, por así decirlo, turbios y envueltos en brumas» (4.111 y 4.112). De acuerdo con este principio, todas las cosas que hemos de decir para conducir al lector a que entienda la teoría del Sr. Wittgenstein son todas ellas cosas que la propia teoría condena como carentes de significado. Con esta cautela por delante, trataremos de transmitir la imagen del mundo que parece subyacer a su sistema.

El mundo consta de hechos: los hechos, estrictamente hablando, no pueden definirse, pero podemos explicar lo que

queremos decir afirmando que los hechos son los que hacen a las proposiciones verdaderas o falsas. Los hechos pueden contener partes que son, a su vez, hechos o pueden no contener tales partes; por ejemplo: «Sócrates fue un sabio ateniense» consta de dos hechos «Sócrates fue sabio» y «Sócrates fue un ateniense». El Sr. Wittgenstein llama *Sachverhalt* a un hecho que no tiene partes que sean hechos. Esto es lo mismo que lo que llama hecho atómico. Un hecho atómico, aunque no contiene parte alguna que sea un hecho, contiene sin embargo partes. Si podemos considerar «Sócrates es sabio» como hecho atómico, percibimos que contiene los constituyentes «Sócrates» y «sabio». Si un hecho atómico se analiza todo lo completamente que sea posible (me refiero aquí a la posibilidad teórica, no a la posibilidad práctica), los constituyentes que se alcanzan al final pueden denominarse «simples» u «objetos». No sostiene Wittgenstein que podamos aislar los simples de manera efectiva o que podamos tener conocimiento empírico de ellos. Es una necesidad lógica que exige la teoría, igual que sucede con un electrón. Su fundamento para mantener que tiene que haber simples es que todo complejo presupone un hecho. No se supone necesariamente que la complejidad de los hechos es finita; incluso si todo hecho constase de un número infinito de hechos atómicos y si cada hecho atómico constase de un número infinito de objetos, aún habría objetos y hechos atómicos (4.2211). La aserción de que hay un determinado complejo se reduce a la aserción de que sus constituyentes están relacionados de cierta manera, que es la aserción de un *hecho*. Así pues, si damos un nombre al complejo, el nombre sólo tiene significado en virtud de la verdad de cierta proposición, a saber: la proposición que asevera que los constituyentes del complejo están relacionados. De este modo, nombrar complejos presupone las proposiciones, mientras que las proposiciones presuponen que se nombran simples. Se muestra así que el que se nombren simples es en lógica lo que es lógicamente primero.

El mundo está completamente descrito si se conocen todos los hechos atómicos junto con el hecho de que ésos son todos los hechos atómicos. El mundo no se describe nombrando

meramente todos los objetos que hay en él; es necesario conocer también los hechos atómicos de los que son constituyentes esos objetos. Dada esta totalidad de hechos atómicos puede teóricamente inferirse cualquier proposición verdadera, por compleja que ésta sea. Una proposición (verdadera o falsa) que asevere un hecho atómico se denomina proposición atómica. Todas las proposiciones atómicas son lógicamente independientes entre sí. Ninguna proposición atómica implica ninguna otra o es inconsistente con cualquier otra. Así pues, toda la tarea de la inferencia lógica tiene que ver con proposiciones que no son atómicas. Tales proposiciones pueden denominarse moleculares.

La teoría de Wittgenstein de las proposiciones moleculares descansa sobre su teoría de la construcción de las funciones de verdad.

Una función de verdad de una proposición *p* es una proposición que contiene *p* y que es tal que su verdad o falsedad depende sólo de la verdad o falsedad de *p* y, similarmente, una función de verdad de varias proposiciones *p, q, r,* ..., es aquella que contiene *p, q, r,* ..., y que es tal que su verdad o falsedad depende sólo de la verdad o falsedad de *p, q, r,* ... A primera vista podría parecer que hubiese otras funciones de proposiciones además de las funciones de verdad; tales serían, por ejemplo, «*A* cree *p*» pues, en general, *A* creerá algunas proposiciones verdaderas y algunas falsas: a menos que sea un individuo excepcionalmente dotado, no podemos inferir que *p* es verdadera del hecho de que *A* la crea o que *p* es falsa a partir del hecho de que no la crea. Otras aparentes excepciones serían «*p* es una proposición muy compleja», o «*p* es una proposición sobre Sócrates». Sin embargo, el Sr. Wittgenstein mantiene, por razones que se presentarán, que tales excepciones son sólo aparentes y que toda función de una proposición es realmente una función de verdad. Se sigue que, si podemos definir las funciones de verdad de manera general, podemos lograr una definición general de todas las proposiciones en términos del conjunto original de proposiciones atómicas. Esto es lo que Wittgenstein procede a hacer.

El Dr. Sheffer ha mostrado (*Trans. Am. Math. Soc.*, vol. XIV, pp. 481-488) que todas las funciones de verdad de un conjunto dado de proposiciones pueden construirse a partir de cualquiera de estas dos funciones: «no-*p* o no-*q*» o «no-*p* y no-*q*». Wittgenstein hace uso de la última, dando por supuesto un conocimiento de la obra del Dr. Sheffer. La manera en que las demás funciones de verdad se construyen a partir de «no-*p* y no-*q*» es fácil de ver. «No-*p* y no-*p*» es equivalente a «no-*p*», de manera que obtenemos una definición de la negación en términos de nuestra función primitiva; por tanto, podemos definir «*p* o *q*» pues esto es la negación de «no-*p* y no-*q*», esto es, de nuestra función primitiva. El desarrollo de otras funciones de verdad a partir de «no-*p*» y «*p* o *q*» se da en detalle al comienzo de *Principia Mathematica*. Esto proporciona todo lo que se necesita cuando las proposiciones que son argumentos de nuestras funciones de verdad se dan por enumeración. Sin embargo, Wittgenstein, por medio de un análisis muy interesante, tiene éxito a la hora de extender el proceso a las proposiciones generales, esto es: a casos en los que las proposiciones que son argumentos de nuestras funciones de verdad no están dadas por enumeración sino que están dadas como todas aquellas que satisfacen alguna condición. Sea *fx*, por ejemplo, una función proposicional (esto es: una función cuyos valores son proposiciones), tal como «*x* es humano», de modo que los distintos valores de *x* forman un conjunto de proposiciones. Podemos extender la idea de «no-*p* y no-*q*» de modo que se aplique a la negación simultánea de todas las proposiciones que son valores de *fx*. De este modo llegamos a la proposición que se representa ordinariamente en lógica matemática mediante las palabras «*fx* es falsa para todos los valores de *x*». La negación de esto sería la proposición «Hay al menos un *x* para el que *fx* es verdadera» que se representa mediante «$(\exists x)$. *fx*». Si hubiésemos partido de no-*fx* en vez de *fx* hubiéramos llegado a la proposición «*fx* es verdadera para todos los valores de *x*» que se representa por «(x). *fx*». El método de Wittgenstein para tratar con las proposiciones generales [esto es: «(x). *fx*» y «$(\exists x)$. *fx*»] difiere de los anteriores en el hecho de que la generalidad sólo interviene en la especificación del conjunto de las proposiciones

concernidas y, una vez que se ha hecho esto, la construcción de las funciones de verdad procede exactamente como en el caso de un número finito de argumentos enumerados *p, q, r, ...*

En este punto, la explicación por parte del Sr. Wittgenstein de su simbolismo no se da de manera completa en el texto. El símbolo que usa es: $[\bar{p}, \bar{\xi}, N(\bar{\xi})]$. Lo que sigue es la explicación de este símbolo:

> $\bar{p}$ está por todas las proposiciones atómicas.
> $\bar{\xi}$ está por cualquier conjunto de proposiciones.
> $N(\bar{\xi})$ está por la negación de todas las proposiciones que forman $\bar{\xi}$.

El símbolo completo $[\bar{p}, \bar{\xi}, N(\bar{\xi})]$ significa todo lo que puede obtenerse tomando cualquier selección de proposiciones atómicas, negándolas todas, tomando seguidamente cualquier selección del conjunto de proposiciones así obtenido junto con cualquiera de las originales, y así sucesivamente de manera indefinida. Ésta es, dice él, la función de verdad general y también la forma general de la proposición. Lo que esto quiere decir es algo menos complicado de lo que parece. Se intenta que el símbolo describa un proceso con la ayuda del cual, dadas las proposiciones atómicas, puedan elaborarse todas las demás. El proceso depende de:

a) la demostración de Sheffer de que todas las funciones de verdad pueden obtenerse a partir de la negación simultánea, esto es: a partir de «no-*p* y no-*q*»;

b) la teoría del Sr. Wittgenstein de la derivación de las proposiciones generales a partir de conjunciones y disyunciones;

c) la aserción de que una proposición sólo puede ocurrir en otra proposición como argumento de una función de verdad.

Dados estos tres fundamentos, se sigue que todas las proposiciones que no son atómicas pueden derivarse de todas las que lo son mediante un proceso uniforme, y es este proceso el que indica el símbolo del Sr. Wittgenstein.

A partir de este método uniforme de construcción llegamos a una sorprendente simplificación de la teoría de la inferencia, así como a una definición de la suerte de proposiciones

que pertenecen a la lógica. El método de generación que se acaba de describir capacita a Wittgenstein para decir que todas las proposiciones pueden construirse de la manera anterior a partir de proposiciones atómicas, y de este modo se define la totalidad de las proposiciones. (Las excepciones aparentes que mencionamos antes se tratan de un modo que consideraremos más adelante.) Wittgenstein puede entonces afirmar que las proposiciones son todo lo que se sigue de la totalidad de las proposiciones atómicas (junto con el hecho de que se trata de la totalidad de tales proposiciones); que una proposición es siempre una función de verdad de proposiciones atómicas; y que si *p* se sigue de *q* el significado de *p* está contenido en el significado de *q*, de lo que, naturalmente, se sigue que nada puede deducirse de una proposición atómica. Todas las proposiciones de la lógica, mantiene él, son tautologías, tales como, por ejemplo, «*p* o no-*p*».

El hecho de que nada pueda deducirse de una proposición atómica tiene interesantes aplicaciones para, por ejemplo, la causalidad. En la lógica de Wittgenstein no puede haber nada que sea el nexo causal. «No *podemos* inferir» —dice él— los eventos futuros a partir de los presentes. La creencia en un nexo causal es *superstición.*» Que el sol saldrá mañana es una hipótesis. De hecho, no sabemos si saldrá, puesto que no hay obligación alguna de que una cosa tenga que suceder porque otra suceda.

Tomemos ahora otro tema, el de los nombres. En el lenguaje lógico-teórico de Wittgenstein sólo se dan nombres a los simples. No damos dos nombres a una única cosa o un único nombre a dos cosas distintas. De acuerdo con él, no hay manera alguna en la que podamos describir la totalidad de las cosas que pueden nombrarse, en otras palabras: la totalidad de lo que hay en el mundo. Para poder hacer esto tendríamos que conocer alguna propiedad que debe pertenecer a cada cosa en virtud de una necesidad lógica. Se ha pretendido buscar tal propiedad en la autoidentidad, pero la concepción de la identidad es sometida por Wittgenstein a una crítica destructiva de la que no parece haber escapatoria. Se rechaza la definición de la identidad por medio de la identi-

dad de los indiscernibles, puesto que la identidad de los indiscernibles no parece ser un principio lógicamente necesario. De acuerdo con este principio, *x* es idéntico a *y* si toda propiedad de *x* es una propiedad de *y*, pero, después de todo, sería lógicamente posible que dos cosas tuvieran exactamente las mismas propiedades. Si esto no ocurre de hecho se debe a una característica accidental del mundo, no a una característica lógicamente necesaria, y las características accidentales del mundo no han de admitirse, desde luego, dentro de la estructura de la lógica. De acuerdo con ello, el Sr. Wittgenstein proscribe la identidad y adopta la convención de que letras diferentes han de significar cosas diferentes. En la práctica, se necesita la identidad entre un nombre y una descripción o entre dos descripciones. Se necesita para proposiciones tales como «Sócrates es el filósofo que bebió la cicuta» o «El primero de los pares es el número que sigue inmediatamente después del 1». En el sistema de Wittgenstein es fácil disponer de recursos para tales usos de la identidad.

El rechazo de la identidad elimina un método de hablar de la totalidad de las cosas, y se encontrará que cualquier otro método que pueda sugerirse es igualmente falaz: así al menos lo mantiene Wittgenstein y, yo creo, que de manera correcta. Esto equivale a decir que «objeto» es un pseudoconcepto. Decir «*x* es un objeto» no es decir nada. Se sigue de esto que no podemos hacer enunciados tales como «Hay más de tres objetos en el mundo» o «Hay un número infinito de objetos en el mundo». Los objetos sólo pueden mencionarse en conexión con una propiedad determinada. Podemos decir «Hay más de tres objetos que son humanos» o «Hay más de tres objetos que son rojos», pues en esos enunciados la palabra «objeto» puede reemplazarse por una variable del lenguaje de la lógica que, en el primer caso, satisface la función «*x* es humano»; en el segundo «*x* es rojo». Pero, cuando intentamos decir «Hay más de tres objetos», esta substitución de la palabra «objeto» por una variable se torna imposible y la proposición está, por tanto, desprovista de significado.

Tocamos aquí un ejemplo de la tesis fundamental de Wittgenstein de que es imposible decir algo sobre el mundo como

un todo y que cualquier cosa que pueda decirse ha de estar limitada a porciones del mundo. Este punto de vista puede haber sido sugerido originalmente por la notación y, si esto es así, dice mucho en su favor, pues una buena notación tiene una sutileza y una capacidad de sugerencia que a veces la convierte en algo parecido a un profesor de carne y hueso. Las irregularidades en la notación son a menudo el primer signo de los errores filosóficos, y una notación perfecta sería un substituto del pensamiento. Pero aunque la notación podría haberle sugerido en primera instancia al Sr. Wittgenstein la limitación de la lógica a cosas dentro de mundo, como algo opuesto al mundo como un todo, este punto de vista, una vez sugerido, parece que ha de recomendarse por muchas otras razones. Por mi parte, confieso que no sé si es, en última instancia, verdadero o no. En esta introducción me interesa exponerlo, no pronunciarme sobre él. De acuerdo con este punto de vista, sólo podríamos decir cosas sobre el mundo como un todo si pudiéramos salir fuera del mundo, esto es: si éste dejara de ser para nosotros el mundo en su totalidad. Pudiera ser que nuestro mundo estuviera limitado por un ser superior que lo supervisara desde lo alto pero, para nosotros, por finito que pueda ser, no puede tener un límite, puesto que no hay nada fuera de él. Wittgenstein usa como analogía el campo de visión. Nuestro campo de visión no tiene para nosotros un límite visual porque, precisamente, no tiene nada fuera de él y, de igual manera, nuestro mundo lógico no tiene límite lógico porque nuestra lógica no conoce nada fuera de ella. Estas consideraciones le llevan a una discusión del solipsismo que es, en cierto modo, curiosa. La lógica, dice él, llena el mundo. Los límites del mundo son también sus límites. Por tanto, no podemos decir en lógica que hay esto en el mundo, pero no aquello, pues decirlo presupondría aparentemente que excluíamos ciertas posibilidades, y esto no puede ser el caso, ya que exigiría que la lógica traspasase los límites del mundo; algo así como si pudiera también contemplar estos límites desde el otro lado. Lo que no podemos pensar no lo podemos pensar; por tanto no podemos tampoco decir lo que no podemos pensar.

Esto, dice él, da la clave del solipsismo. Lo que el solipsismo pretende es completamente correcto, pero no puede decirse,

sólo puede mostrarse. Que el mundo es *mi* mundo aparece en el hecho de que los límites del lenguaje (el único lenguaje que yo entiendo), indican los límites de mi mundo. El sujeto metafísico no pertenece al mundo pero es un límite del mundo.

Tenemos que considerar a renglón seguido la cuestión de las proposiciones moleculares tales como, por ejemplo, «*A* cree que *p*», que no son, a primera vista, funciones de verdad de las proposiciones que contienen.

Wittgenstein introduce este asunto al enunciar su posición al efecto de que todas las funciones moleculares son funciones de verdad. Dice (5.54): «En la forma general de la proposición las proposiciones ocurren en otras proposiciones sólo como base de las operaciones veritativas.» A primera vista, continúa explicando él, parece como si una proposición pudiese también aparecer de otras maneras, por ejemplo, «*A* cree que *p*». Aquí, visto el asunto de forma superficial, parece como si la proposición *p* estuviese en una suerte de relación con el objeto *A*. «Es claro, sin embargo, que "*A* cree que *p*", "*A* piensa *p*", "*A* dice *p*" son de la forma "'*p*' dice *p*": y no se trata aquí de una coordinación de un hecho con un objeto, sino de la coordinación de hechos mediante la coordinación de sus objetos» (5.542).

Lo que el Sr. Wittgenstein dice aquí lo dice con tal brevedad que no es probable que quede claro para aquellas personas que no tienen presente las controversias en las que Wittgenstein está interesado en este punto. La teoría con la que está en desacuerdo se encontrará en mis artículos sobre la naturaleza de la verdad y la falsedad publicados en *Philosophical Essays* y *Proceedings of the Aristotelian Society*, 1906-7. El problema en disputa es el problema de la forma lógica de la creencia, esto es: cuál es el esquema que representa lo que ocurre cuando un hombre cree. Desde luego, el problema se aplica no sólo a la creencia, sino también a toda una hueste de otros fenómenos mentales que pueden denominarse actitudes proposicionales: dudar, considerar, desear, etc. En todos estos casos parece natural expresar el fenómeno de la forma «*A* duda *p*», «*A* desea *p*» etc., y esto lo hace aparecer como si estuviésemos tratando de una relación entre una persona y una proposición. Éste no

puede ser, desde luego, el análisis último, puesto que las personas son ficciones lo mismo que las proposiciones, excepto en el sentido de que son hechos por sí mismas. Una proposición, considerada como un hecho por sí misma, puede ser un conjunto de palabras que un hombre se dice a sí mismo, una imagen compleja, una secuencia de imágenes que pasan a través de su mente, o un conjunto de movimientos corporales incipientes. Puede ser cualquier cosa de entre un conjunto de innumerables cosas diferentes. La proposición como un hecho por sí misma, por ejemplo el conjunto efectivo de palabras que un hombre se dice a sí mismo, no es relevante para la lógica. Lo que es relevante para la lógica es aquel elemento común a todos esos hechos que le capacita, digámoslo así, para *mentar* el hecho que la proposición asevera. Naturalmente, para la psicología son relevantes muchas otras cosas; pues un símbolo no significa lo que simboliza sólo en virtud de una relación lógica, sino también en virtud de una relación lógica de intención, asociación o de cualquier otra cosa por el estilo. Sin embargo, la parte psicológica del significado no es objeto de interés para el lógico. Lo que le interesa en este problema de la creencia es el esquema lógico. Es claro que, cuando una persona cree una proposición, la persona, considerada como sujeto metafísico, no tiene que darse por supuesta para explicar lo que está pasando. Lo que ha de explicarse es la relación entre el conjunto de palabras que es la proposición cuando se la considera como un hecho en sí misma, y el hecho «objetivo» que hace a la proposición verdadera o falsa. Esto se reduce, en última instancia, a la cuestión del significado de las proposiciones, es decir: el significado de las proposiciones es la única porción no psicológica del problema que aparece involucrada en el análisis de la creencia. Este problema es simplemente el de la relación entre dos hechos, a saber: la relación entre la serie de palabras usadas por quien tiene la creencia y el hecho que hace a esas palabras verdaderas o falsas. La serie de palabras es un hecho en la misma medida en que lo que las hace verdaderas o falsas es un hecho. La relación entre esos dos hechos no es inanalizable, puesto que el significado de una proposición resulta del significado de sus palabras constituyentes. El significado de la serie de

palabras que es una proposición es una función del significado de cada una de las palabras por separado. De acuerdo con esto, la proposición como un todo no entra realmente en lo que ha de ser explicado cuando se explica el significado de una proposición. Quizás sirva de ayuda decir, para sugerir el punto de vista que estoy intentando indicar, que en los casos que hemos estado considerando la proposición ocurre como un hecho, no como una proposición. Sin embargo, tal enunciado no ha de tomarse demasiado literalmente. El asunto es, en realidad, que al creer, desear, etc., lo que es lógicamente fundamental es la relación de una proposición, *considerada como un hecho*, con el hecho que la hace verdadera o falsa, y que esta relación entre dos hechos es reducible a una relación entre sus constituyentes. Así pues, la proposición no ocurre en absoluto de la misma manera en que ocurre en una función de verdad.

Hay algunos aspectos en los que, me parece, la teoría del Sr. Wittgenstein necesita un mayor desarrollo técnico. Esto se aplica en particular a su teoría sobre el número (6.02 ss.) que, tal como está, sólo puede tratar de números finitos. Ninguna lógica puede considerarse adecuada hasta que se haya mostrado que es capaz de habérselas con números transfinitos. No pienso que haya nada en el sistema del Sr. Wittgenstein que le haga imposible llenar esta laguna.

Más interesante que tales cuestiones de detalle comparativo es la actitud del Sr. Wittgenstein hacia lo místico. Su actitud hacia ello surge de modo natural de su doctrina perteneciente a la lógica pura de acuerdo con la cual la proposición lógica es una figura (verdadera o falsa) de los hechos y tiene en común con ellos una cierta estructura. Es esta estructura común la que la hace capaz de ser una figura de los hechos, pero la estructura misma no puede formularse en palabras, puesto que es una estructura *de* palabras, lo mismo que de los hechos a los que éstas se refieren. Por tanto, todo lo que está incluido en la misma idea de la expresividad del lenguaje tiene que mantenerse sin capacidad de ser expresado en él y es, por consiguiente, inexpresable en un sentido perfectamente preciso. Lo inexpresable contiene, de acuerdo con el Sr. Wittgenstein, la totalidad de la lógica y de la filosofía. El método correcto de

enseñar filosofía, dice él, sería autolimitarse a proposiciones de las ciencias, enunciadas con toda la claridad posible, y también con exactitud, dejando las aserciones filosóficas al aprendiz y demostrándole, cada vez que las haga, que carecen de significado. Es verdad que a un hombre que intentase este método de enseñanza podría alcanzarle el destino de Sócrates, pero no hemos de dejarnos disuadir por este temor si ése es el único método correcto. No es esto lo que causa alguna vacilación a la hora de aceptar la posición del Sr. Wittgenstein, a pesar de los muy poderosos argumentos que él aduce en su apoyo. Lo que causa vacilación es el hecho de que, después de todo, el Sr. Wittgenstein logra decir bastantes cosas sobre lo que no puede decirse, sugiriendo entonces al lector escéptico que posiblemente haya alguna escapatoria a través de una jerarquía de lenguajes, o recurriendo a algún otro expediente. Por ejemplo, todo el asunto de la ética lo coloca Wittgenstein en la región de lo místico, de lo inexpresable. Sin embargo, él es capaz de transmitir sus opiniones éticas. Su defensa sería que lo que él llama lo místico puede mostrarse, aunque no puede decirse. Puede que esta defensa sea adecuada pero, por mi parte, confieso que me deja con un cierto sentido de desazón intelectual.

Hay un problema puramente lógico respecto del que estas dificultades son peculiarmente agudas. Me refiero al problema de la generalidad. En la teoría de la generalidad es necesario considerar todas las proposiciones de la forma *fx*, donde *fx* es una función proposicional dada. Esto pertenece, de acuerdo con el sistema del Sr. Wittgenstein, a la parte de la lógica que puede ser expresada. Pero la totalidad de posibles valores de *x* que podría parecer que está involucrada en la totalidad de las proposiciones de la forma *fx*, no es admitida por el Sr. Wittgenstein entre las cosas de las que se puede hablar, pues aquella totalidad no es algo distinto de la totalidad de las cosas del mundo, y esto implica el intento de concebir el mundo como un todo; «el sentir el mundo como un todo limitado es lo místico»; por tanto, la totalidad de los valores de *x* es lo místico (6.45). Esto se argumenta expresamente cuando el Sr. Wittgenstein niega que podamos hacer

proposiciones respecto de cuántas cosas hay en el mundo como, por ejemplo, que hay más de tres.

Estas dificultades me sugieren una posibilidad como la que sigue: todo lenguaje tiene, como el Sr. Wittgenstein dice, una estructura respecto de la que nada puede decirse *en el lenguaje*, pero puede haber otro lenguaje que trate de la estructura del primer lenguaje y que tenga él mismo una nueva estructura; y para esta jerarquía de lenguajes no habría límite alguno. El Sr. Wittgenstein replicaría, desde luego, que toda su teoría es aplicable sin cambio alguno a la totalidad de tales lenguajes. La única réplica sería negar que haya tal totalidad. Sin embargo, él piensa que las totalidades respecto de las que mantiene que es imposible hablar lógicamente existen y son el objeto de su misticismo. La totalidad resultante de nuestra jerarquía no sería sólo lógicamente inexpresable, sino una ficción, un mero engaño, y en este sentido la supuesta esfera de lo místico quedaría abolida. Tal hipótesis es muy difícil, y puedo verle algunas objeciones que, de momento, no sé cómo responder. Con todo, no veo cómo una hipótesis más fácil puede escapar a las conclusiones del Sr. Wittgenstein. Incluso si se demostrase que esta muy difícil hipótesis es mantenible, dejaría sin tocar una parte muy amplia de la teoría del Sr. Wittgenstein, aunque posiblemente no sea aquella sobre la que quiere hacer un mayor hincapié. Como alguien con una larga experiencia en las dificultades de la lógica y en lo que de ilusorio tienen las teorías que parecen irrefutables, me siento incapaz de estar seguro de la corrección de una teoría tomando como fundamento el mero hecho de que no puedo ver punto alguno en el que es errónea. Pero el haber construido una teoría de la lógica que no es obviamente errónea en ninguno de sus puntos es haber logrado hacer un trabajo de extraordinaria dificultad e importancia. Este mérito pertenece, en mi opinión, al libro del Sr. Wittgenstein y hace de él algo que ningún filósofo serio puede permitirse el lujo de pasar por alto.

BERTRAND RUSSELL

Mayo de 1922

Tractatus logico-philosophicus

Dedicado a la memoria de mi amigo
DAVID PINSENT[1]

Motto: ... y todo lo que se sabe y no se ha oído meramente como rumor o murmullo, puede decirse en tres palabras.

KÜRNBERGER[2]

[1] David Pinsent (1891-1918), estudiante de matemáticas en Cambridge a quien Wittgenstein conoció en una de las reuniones organizadas por Russell. El sentido musical de Pinsent y su noble temperamento hicieron de él un compañero ideal tanto durante la estancia de Wittgenstein en Cambridge como en sus viajes a Islandia y Noruega. Durante la guerra sus cartas fueron una de las pocas cosas que le alegraron la existencia. La noticia de su muerte en un accidente de aviación sumió a Wittgenstein en una profunda melancolía. A su «primero y único amigo» va dedicada esta obra.

[2] Ferdinand Kürnberger (1821-1879), crítico literario y escritor de ideología liberal nacido en Austria, autor de novelas, folletines y obras dramáticas, saltó a la fama por su participación en la revolución austríaca de 1848 y en la rebelión de Dresde de 1849. La cita que sirve de *motto* al *Tractatus* pertenece a uno de sus folletines, publicado en 1875 en el volumen *Literarische Herzenssachen*. Parece que Wittgenstein solía utilizarla con frecuencia en las conversaciones con sus amigos si bien es muy probable que la hubiera tomado del poeta y fundador de la revista *Die Fackel*, Karl Kraus (1874-1936).

Prólogo

Este libro sólo será entendido quizá por quien alguna vez haya pensado por sí mismo los pensamientos que en él se expresan o, al menos, pensamientos parecidos. No es éste pues un libro que pretenda sentar doctrina. Su objetivo lo alcanzaría si procurase placer a quien lo leyera comprendiéndolo.

El libro trata de los problemas de la filosofía y muestra —según creo— que el planteamiento de estos problemas descansa en una mala comprensión de la lógica de nuestro lenguaje. De alguna manera, todo el sentido del libro podría condensarse en las siguientes palabras: lo que en cualquier caso puede decirse, puede decirse claramente; y de lo que no se puede hablar, hay que callar la boca.

El libro quiere trazar un límite al pensar o, mejor dicho, no al pensar sino a la expresión de los pensamientos; porque, para trazar un límite al pensar, tendríamos que poder pensar ambos lados de ese límite (tendríamos que pensar lo que no puede pensarse.)

Por ello, el límite sólo podrá trazarse en el lenguaje y lo que está al otro lado del límite será, simplemente, un sinsentido.

No quiero juzgar hasta qué punto mis esfuerzos coinciden con los de otros filósofos. De hecho, lo que he escrito aquí no tiene aspiración alguna de novedad en sus detalles; y la razón

por la que no indico fuente alguna se debe a que me resulta indiferente si lo que he pensado ya había sido pensado con anterioridad por algún otro.

Sólo quiero mencionar que debo a las grandiosas obras de Frege[3] y a los trabajos de mi amigo el señor Bertrand Russell[4] una gran parte del estímulo que ha alimentado mis pensamientos.

[3] Gottlob Frege (1848-1925), matemático y filósofo alemán, es el fundador de la lógica matemática moderna. Su carrera la desarrolló completamente en la universidad de Jena en la que fue *Privatdozent* desde 1874 y, posteriormente, catedrático honorario (1896-1918). Sus obras más importantes incluyen: *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelnsprache des reinen Denkens* (1879) [versión castellana en UNAM, México, 1973], *Die Grundlagen der Arithmetik* (1884) [versión castellana en Laia, Barcelona, 1972], *Grundgesteze der Arithmetik* I (1983) y II (1903). Frege es autor además de un conjunto de artículos que han sido fundamentales en el desarrollo de la lógica, la filosofía de la lógica y del lenguaje y la semántica contemporáneas. Merece la pena destacar entre ellos «Über Sinn und Bedeutung» (1892) [«Sobre sentido y referencia»], «Funktion und Begriff» (1891) [«Función y concepto»], «Über Begriff und Gegenstand» (1892) [«Sobre concepto y objeto»], «Was ist eine Funktion?» (1904) [«¿Qué es una función?»] y el conjunto de tres artículos «Der Gedanke» (1918-1919) [«El pensamiento»], «Die Verneinung» (1919) [«La negación»] y «Satzgefüge» (1923) [«Composición de pensamientos»]. [Existe traducción castellana de todos estos artículos en G. Frege, *Escritos de semántica y filosofía de la lógica*, Tecnos, Madrid, 1998]. A lo que parece, Wittgenstein realizó su primera visita a Frege en Jena en el verano de 1911 y fue él quien le recomendó matricularse en la universidad de Cambridge para estudiar lógica bajo la supervisión de Russell.

[4] Bertrand Russell (1872-1970); filósofo, matemático, activista político y uno de los intelectuales más destacados e influyentes del pasado siglo, era miembro del Trinity College, Cambridge, durante la época en la que conoció y mantuvo un importantísimo intercambio de ideas con Wittgenstein. De hecho, la publicación del *Tractatus* en 1922 por la editorial Routledge and Kegan Paul en una edición bilingüe con traducción de C. K. Odgen —con ayuda de F. P. Ramsey y correciones del propio Wittgenstein— y un prólogo del mismo Russell, se debió a sus buenos oficios. Cuando, por recomendación de Frege, Wittgenstein llegó a Cambridge, Russell estaba trabajando con A. N. Whitehead en los monumentales *Principia Mathematica* que, según él suponía, deberían establecer de manera definitiva la reducción de la matemática a la lógica. La huella de Russell es absolutamente perceptible en el *Tractatus*, aunque sólo sea por el simple hecho de que Wittgenstein parte de las opiniones de su mentor para exponer, con fuertes divergencias, las suyas propias. A diferencia de Frege, por el que Wittgenstein siempre expresó una admiración sin límites —que no excluyó notables discrepancias— sus relaciones filosóficas y persona-

Si este trabajo tiene algún valor, éste consiste en dos cosas. La primera de ellas es que en él se expresan pensamientos, y este valor será tanto mayor cuanto mejor expresados estén. Tanto mayor será cuanto más se haya remachado el clavo. En este punto, soy consciente de haberme quedado muy por debajo de lo posible. Simplemente porque las fuerzas de que dispongo para acometer la tarea son demasiado reducidas. Ojalá vengan otros que lo hagan mejor.

En cambio, me parece que la *verdad* de los pensamientos de los que se da cuenta aquí es intocable y definitiva. Soy por ello de la opinión de que, en lo esencial, he resuelto los problemas de modo indiscutible. Y si no estoy equivocado en esto, la segunda cosa de valor que hay en este trabajo consiste en mostrar cuán poco se ha conseguido una vez que estos problemas se han resuelto.

L. W.

Viena, 1918

les con Russell fueron casi siempre tormentosas a lo que, sin duda, contribuyó el peculiar carácter del autor del *Tractatus*. Wittgenstein pensaba que todo el trabajo de Russell desde su abandono de la docencia en el Trinity College en 1916 era poco menos que basura, mientras que Russell, que siempre había visto con suspicacia las tesis de su pupilo sobre la filosofía o sus veleidades sobre lo místico, jamás pudo sentir aprecio alguno por sus cambios de opinión filosófica que dieron como resultado el abandono de muchas tesis del *Tractatus*. La amistad entre ellos desapareció prácticamente tras un tortuoso encuentro que ambos mantuvieron en Insbruck en 1922, el mismo año en el que el *Tractatus* vio la luz en forma de libro.

1*

El mundo es todo lo que es el caso.

1.1

El mundo es la totalidad de los hechos, no de las cosas.

▼ Desde el inicio del *Tractatus* Wittgenstein subraya claramente la distinción entre *hechos* y *cosas*. El mundo, lo que es el caso, es la totalidad de los hechos, no de las cosas. Ha de tenerse en cuenta desde ahora que los términos «hecho» y «cosa» no tienen en el *Tractatus* su significado ordinario. Como se verá más adelante, las cosas u objetos son esencialmente simples, esto es: si algo es una cosa, no es posible que, sometida a análisis, encontremos que está compuesta a su vez de cosas. Si sucediera esto último, no estamos ante una cosa, sino ante una configuración de cosas, ante un hecho. Y el mundo es la totalidad de tales configuraciones de cosas —la totalidad de los hechos—, y no la totalidad de los elementos que las forman.

1.11

El mundo está determinado por los hechos y por ser éstos *todos* los hechos.

1.12

Pues la totalidad de los hechos determina lo que es el caso y también todo lo que no es el caso.

---

* Los números decimales que se asignan a las proposiciones individuales indican la importancia lógica de las proposiciones, el énfasis que se hace sobre ellas en mi presentación. Las proposiciones *n*.1, *n*.2, *n*.3, etc., son observaciones sobre la proposición n.° *n*; las proposiciones *n.m*1, *n.m*2, etc., lo son sobre la proposición n.° *n.m*, y así sucesivamente.

1.13 Los hechos en el espacio lógico son el mundo.

▼ Hemos visto que el mundo, lo que es el caso, es la totalidad de los hechos y no de las cosas. Pero ¿por qué no podría ser el mundo la totalidad de las cosas como, a primera vista, parecería aceptable? Téngase en cuenta que un rasgo esencial de la metafísica del *Tractatus* consiste en que las distintas configuraciones de objetos (2.0272), los hechos —siendo como son contingentes (esto es: siendo tales que *podrían no haberse dado*)— no suceden, por así decirlo, sin orden ni concierto; que el mundo son los hechos en el espacio lógico quiere decir que los hechos están insertos en un espacio de posibilidades, algunas de las cuales se dan (precisamente las posibilidades que son hechos) y otras no. Dicho de otra manera: aunque la lógica no decide qué configuraciones de objetos se dan (*son el caso*), sí decide cuáles *pueden* darse. O, si se quiere: la lógica decide el espacio lógico en el que se dan los hechos. Es por ello por lo que el mundo son los hechos en el espacio lógico.

1.2 El mundo se divide en hechos.

1.21 Algo puede ser o no ser el caso y todo el resto permanecer igual.

2 Lo que es el caso, un hecho, es la existencia de estados de cosas.

▼ La expresión «estado de cosas» traduce el término alemán *Sachverhalt* que en la traducción de Odgen y Ramsey de 1922 —revisada por Wittgenstein— se vertía como «hecho atómico». Esta última expresión hace justicia al hecho de que un estado de cosas es, en cierto sentido, atómico. Dicho de manera aproximada: si H es un hecho, H puede identificarse con el darse de un conjunto de estados de cosas $E_1, E_2, E_3, \ldots, E_n$, con el caso límite de un hecho que consta de un solo estado de cosas. De este modo, resulta obvio que un hecho es algo complejo que consta de estados de cosas que, a su vez, son combinaciones de objetos (2.01). Esto es: estamos ante un estado de cosas cuando la configuración de objetos que lo constituye no puede descomponerse en otros estados de cosas. La complejidad de los hechos tiene entonces, por así decirlo, dos caras: la complejidad de los propios estados de cosas tomados individualmente, y la complejidad de los conjuntos de estados de cosas tomados colectivamente. Es evidente, de acuerdo con ello, que incluso un hecho que conste de un solo estado de cosas es también complejo. Pues en el caso límite estamos ante un hecho que consta de un solo estado de cosas que también es complejo; pues consta de una configuración de cosas (objetos).

2.01 Un estado de cosas es una combinación de objetos (cosas).

▼ Como ya se ha dicho (ver nota en 1.1), los objetos cuya combinación da lugar a estados de cosas no son objetos ordinarios, ni tienen por qué ser necesariamente entidades físicas concebidas como trozos de «materia», o algo por el estilo. De la dificultad del asunto da cuenta el hecho de que el propio Wittgenstein reconociese, en la época en que escribió el *Tractatus*, su incapacidad para dar un solo ejemplo de objeto. Sin embargo, esto no quiere necesariamente decir que Wittgenstein pensara que era imposible dar ejemplos de objetos; parece más bien que defendía que la cuestión de dilucidar si algo era o no un objeto que cumpliese los requisitos establecidos pertenecía al reino de la investigación empírica, mientras que la tarea del filósofo era establecer, de manera independiente de la experiencia, las exigencias que debería satisfacer algo para contar como objeto. Una postura más radical sobre los objetos del *Tractatus* es la defendida, entre otros, por Ishiguro [Ishiguro; (2001) «The So-Called Picture Theory: Language and World in the *Tractatus Logico-Philosophicus*», en H. J. Glock, *Wittgenstein. A Critical Reader*, Blackwell, Oxford, pp. 26-46]. Su tesis es que la concepción de Wittgenstein de los objetos como conceptos *formales* (véanse 4.126-4.1273) equivale a la afirmación de que un objeto es simplemente cualquier argumento de una función proposicional y, por tanto, cualquiera de los sujetos de una proposición elemental. Por ello, sería tan problemático preguntar qué tipo de entidad es un objeto como preguntar qué tipo de entidad es el sujeto de una proposición elemental —una proposición elemental es, como se verá más adelante (4.21) la proposición más simple, la que asevera la existencia de un estado de cosas—. Pues del mismo modo que no hay ***ningún tipo particular de entidad*** que esté destinada a ser el sujeto de una proposición —el sujeto de una proposición es *cualquier cosa* de la que se puede hablar y no hay ningún tipo particular de entidad que sea aquello de lo que se puede hablar—, así también los objetos del *Tractatus* no serían un tipo particular de entidad, sino todo aquello que puede ser el sujeto de una proposición elemental.

2.011 Es esencial a las cosas el que puedan ser parte constituyente de un estado de cosas.

▼ Sabemos ya que el mundo, lo que es el caso, es la totalidad de los hechos y que éstos se componen de estados de cosas —con el caso límite de un hecho que consta de un solo estado de cosas—, los cuales, a su vez, se componen de objetos. De acuerdo con ello, los hechos son ***esencialmente contingentes*** (pueden ser o no ser el caso sin que la lógica decrete que ***tienen*** que ser el caso de una u otra manera). El que sean contingentes les viene dado por su ser combinaciones de objetos (2.01). Ahora bien, el que un objeto ***pueda*** ser parte constituyente de un estado de cosas no es, de acuerdo con Wittgenstein, una mera contingencia. Pues, si el que algo sea contingente tiene que ver con la combinación y separación de objetos, entonces, si es una contingencia el que un objeto *O* pueda ser parte constituyente de un estado de cosas *E*, esto requiere que se dé la combinación de objetos que da cuenta de tal propiedad contingente de *O*. Pero, si esto es así, la consecuencia que se seguiría es que

O *no puede* ser un objeto en el sentido del *Tractatus*, pues nada que dependa de una contingencia puede serlo. Por tanto, si hay objetos, uno de sus rasgos *esenciales* tiene que ser el que puedan ser parte constituyente de un estado de cosas.

2.012 En lógica nada sucede de forma accidental: si una cosa *puede* ocurrir en un estado de cosas, entonces la posibilidad de tal estado de cosas tiene que estar ya prejuzgada en la cosa en cuestión.

2.0121 En cierto modo, parecería algo accidental el que una cosa que pudiera existir sólo por sí misma casase posteriormente en una situación.

Si las cosas pueden ocurrir en estados de cosas, tal posibilidad tiene que residir de antemano en ellas.

(Algo lógico no puede ser meramente posible. La lógica trata de toda posibilidad, y todas las posibilidades son sus hechos.)

Del mismo modo que no podemos en modo alguno pensar objetos espaciales fuera del espacio, ni temporales fuera del tiempo, tampoco podemos pensar *ningún* objeto fuera de la posibilidad de su combinación con otros objetos.

Si puedo pensar un objeto en el entramado de un estado de cosas, entonces no puedo pensarlo fuera de la *posibilidad* de ese entramado.

▼ El término «situación» traduce el término alemán *Sachlage* (en la versión de Pears y McGuinness, *situation*), si bien la traducción de Odgen prefiere la expresión inglesa *state of affairs* (estado de cosas). No sin ciertas reservas, puede decirse que *Tatsache* —que aquí se traduce como «hecho»— y *Sachlage* son en el *Tractatus* aproximadamente equivalentes.

2.0122 Las cosas son independientes en tanto que pueden ocurrir en todas las situaciones *posibles*, pero esta forma de independencia es una forma de conexión con estados de cosas, una forma de

dependencia. (Es imposible que las palabras aparezcan de dos maneras distintas: solas y en la proposición.)

▼ Una consecuencia de que sea esencial a los objetos el que puedan ser partes constituyentes de estados de cosas (2.011) es que su independencia parezca problemática. 2.0121 cuestiona que los objetos puedan *a la vez*, existir por sí mismos y en las combinaciones que dan lugar a estados de cosas. Si un objeto existiera por sí mismo sería una característica accidental suya el que se combinase con otros objetos para dar lugar a estados de cosas. Por un razonamiento similar al de la nota que aparece bajo 2.011, esto exigiría que se diese una combinación de objetos (una contingencia) que sirviera como base a tal rasgo contingente del objeto; pero esto, a su vez, lo excluiría del ámbito de los objetos del *Tractatus*. La analogía siguiente puede darnos una visión aproximada de este asunto. Pensemos en un certamen de baile en el que los danzantes tienen prohibido bailar solos —han de hacerlo al menos de dos en dos— y deben estar cambiando continuamente de pareja. De algún modo, cada danzante es independiente en el sentido de que puede bailar con cualquier otro danzante que le plazca, pero no es independiente en el sentido de que siempre *tiene que* estar bailando con alguien, dado que no está permitido el baile en solitario. A su vez, los objetos son independientes en el sentido de que pueden ocurrir en todas las situaciones posibles, esto es: no están ligados a ninguna situación particular que se dé de forma efectiva; pero esto es una forma de dependencia en cuanto que *tienen que* ocurrir en cualquiera de las combinaciones que constituyen lo que es el caso.

2.0123 Si conozco un objeto, conozco también todas las completas posibilidades de su ocurrencia en estados de cosas.

(Cualquiera de tales posibilidades tiene que residir en la naturaleza del objeto.)

No se puede hallar más tarde una nueva posibilidad.

2.01231 Para conocer un objeto, no tengo por cierto que conocer sus propiedades externas, pero sí todas sus propiedades internas.

▼ 2.013 y 2.0131 establecen con toda probabilidad —ver Fogelin, R. (1995), *Wittgenstein*, Londres, Routledge [en adelante Fogelin (1995)], p. 7— que existen *géneros* diferentes de objetos. Todo objeto tiene lo que podemos llamar un *rasgo general*: es un posible constituyente de estados de cosas y esto es parte de lo que lo hace

un objeto; pero también parece poseer un *rasgo peculiar* del género al que pertenece que es el que determina el rango de combinaciones posibles en las que puede entrar. Pues, si todo objeto pudiera entrar en combinación con cualquier otro, todos los objetos compartirían las mismas propiedades internas y, conocidas las propiedades internas de *un* objeto, se conocerían ya las propiedades internas de *cualquier* objeto. Parece más adecuado entonces concluir que los objetos están clasificados en diferentes categorías *en virtud de sus diferentes propiedades internas*; ciertamente todo objeto estaría siempre en una combinación particular —un estado de cosas— pero también estaría siempre *dentro* de un *posible* estado de cosas, esto es: dentro de un estado de cosas que respeta las propiedades internas del objeto.

2.0124 Una vez que se dan todos los objetos se dan con ello también todos los *posibles* estados de cosas.

2.013 Cada cosa está, por así decirlo, en un espacio de posibles estados de cosas. Puedo imaginarme ese espacio vacío, pero no la cosa sin el espacio.

▼ ¿Quiere esto decir que el espacio lógico es independiente de los objetos que contiene? Pues, a lo que parece, podría darse en principio un espacio lógico completamente desprovisto de objetos. Esta interpretación choca abiertamente con otros pasajes del *Tractatus* que implican que podemos pensar posibles combinaciones de objetos que no son el caso, pero no, si se me permite el absurdo, posibles combinaciones sin objetos. De este modo, parece más adecuado interpretar la segunda oración de 2.013 como la afirmación de que aunque sólo podemos concebir un objeto *dentro* del espacio lógico, *sí* podríamos concebir *alguna porción* del espacio lógico sin objetos. Dicho de otra manera: los objetos han de existir en el espacio lógico y éste no podría existir sin objetos, pero nada en el espacio determina que un objeto tenga que tener una localización particular en lugar de otra, ni la forma de los objetos determina tampoco qué porciones particulares de espacio han de estar ocupadas y cuáles no [ver Fogelin (1995), p. 10].

2.0131 Un objeto espacial tiene que residir en el espacio infinito. (Un punto en el espacio es un lugar de argumento.)

Una mancha en el campo visual no necesita, por cierto, ser roja, pero tiene que tener un color: tiene, por así decirlo, el espacio del color en torno suyo. Un tono tiene que tener *una* altura, un objeto del sentido del tacto *una* dureza, etc.

2.014 Los objetos contienen la posibilidad de todas las situaciones.

2.0141 La forma de un objeto es la posibilidad de su ocurrencia en estados de cosas.

▼ La forma de un objeto decreta entonces sus posibilidades de ocurrencia en estados de cosas, pero nótese que, a su vez, estas posibilidades pertenecen de forma necesaria a los objetos. Naturalmente, no se quiere decir con esto que la forma determine qué posibilidades particulares de ocurrencia en estados de cosas son el caso; sólo se dice que la forma determina *todas* las posibilidades que un objeto tiene de combinarse en estados de cosas sin determinar por ello *cuáles de entre las posibles* combinaciones son las que se dan.

2.02 Los objetos son simples.

▼ Esto es, un objeto no puede analizarse ulteriormente. Nótese que la simplicidad de los objetos es, entre otras cosas, requisito indispensable para la posibilidad del análisis (véase más adelante la nota bajo 2.0211). Pues si no hubiera simples el análisis no tendría término final alguno (no sería análisis).

2.0201 Todo enunciado sobre complejos se puede descomponer en un enunciado sobre sus partes constituyentes y en las proposiciones que describen los complejos de manera completa.

2.021 Los objetos forman la substancia del mundo. Por ello no pueden ser compuestos.

▼ Wittgenstein entiende aquí por «substancia» lo que permanece constante a través de las distintas configuraciones de objetos, esto es: a través de las diferentes posibilidades de combinación de los objetos en estados de cosas. A diferencia de la concepción tradicional, la substancia no se concibe aquí como el lugar en el que inhieren las propiedades; en el *Tractatus* éstas son justamente el resultado de las posibles configuraciones de objetos.

2.0211 Si el mundo careciese de substancia, el que una proposición tuviera sentido dependería de si otra proposición fuese verdadera.

▼ 2.0201 —lo que podemos llamar la «tesis del análisis»— establece que todo enunciado sobre algo compuesto tiene que resolverse finalmente en enunciados que lo describan de modo completo, esto es: en enunciados en los que sólo aparezcan simples. La razón es, como afirma Max Black [M. Black (1964), *A Companion to Wittgenstein's Tractatus*, Cornell University Press, Nueva York —de ahora en adelante, Black (1964)—, p. 60] que si todos los hechos fueran ireductiblemente compuestos, vale decir: si no se pudieran descomponer finalmente en objetos que estuviesen en conexión directa con los elementos que hacen sus veces en una representación figurativa, no habría ningún enunciado que pudiese decir nada *determinado*, no podría trazarse figura alguna del mundo (2.0212). Pues supongamos que P_1 es una proposición con sentido; el sentido de P_1 dependería de la verdad de otra proposición P_2 que afirmaría que la configuración de objetos que constituye el compuesto aparentemente mencionado en P_1 es el caso y, a su vez, el sentido de P_2 dependería de la verdad de una nueva proposición P_3, y así *ad infinitum*. Se sigue entonces la desagradable consecuencia de que no podríamos conocer nunca el sentido de P_1 sin saber que otro conjunto infinito de proposiciones es verdadero. Fogelin [Fogelin (1995), pp. 14-15] ha señalado las dificultades de esta interpretación. Pues en 3.24 se afirma que la proposición en la que se habla de un complejo no será un sinsentido si el complejo en cuestión no existe sino que *será simplemente falsa*; el resultado sería entonces más bien que es la verdad de una proposición —y no su sentido— la que dependería de la verdad de otra (la que afirma que tal configuración de objetos es el caso).

2.0212 Sería entonces imposible trazar una figura del mundo (verdadera o falsa).

2.022 Resulta claro que por diferente que sea del mundo real uno imaginado, éste tiene que tener algo en común —una forma— con el real.

2.023 Esta forma permanente consta justamente de objetos.

2.0231 La substancia del mundo sólo *puede* determinar una forma y no propiedad material alguna.

Pues éstas sólo se representan mediante las proposiciones — sólo se forman por la configuración de objetos.

▼ Las propiedades materiales son denominadas también propiedades externas (2.01231) y se contraponen a las propiedades internas o formales.

2.0232 Dicho sea de paso, los objetos son incoloros.

2.0233 Dos objetos de la misma forma lógica sólo se diferencian entre sí —si se prescinde de sus propiedades externas— en que son distintos.

2.02331 O bien una cosa tiene propiedades que ninguna otra tiene y entonces uno puede sin más distinguirla de las otras por medio de una descripción y referirse a ella, o bien hay varias cosas que tienen en común todas sus propiedades al completo y entonces es de todo punto imposible singularizar una de ellas.

Pues si no hay nada que distinga a una cosa de otras, no puedo distinguirla; si lo hiciese, ya estaría distinguida en virtud de ello.

2.024 La substancia es lo que subsiste independientemente de lo que es el caso.

▼ El término «subsiste» traduce aquí el término alemán *besteht*, que en otras ocasiones también se traduce como «existe». La idea que se quiere transmitir en esta ocasión es que la substancia es lo que permanece constante a través de las distintas configuraciones efectivas de objetos, a través de los hechos. Véanse también, por ejemplo, 2.027 y 2.0271.

2.025 Es forma y contenido.

▼ Pues la substancia consta de objetos y cada uno de ellos tiene una forma que determina los estados de cosas en cuyo entramado puede aparecer. De este modo, los objetos, tomados en su totalidad, determinan la forma del mundo (2.06). Pero los objetos son también los componentes de los estados de cosas y de los hechos; en este sentido puede decirse que los objetos son los elementos que les prestan contenido.

2.0251 Espacio, tiempo y color (coloración) son formas de los objetos.

2.026 Sólo si hay objetos puede haber una forma permanente del mundo.

2.027 Lo permanente, lo que subsiste y los objetos son uno y lo mismo.

2.0271 Los objetos son lo permanente, lo subsistente; la configuración es lo cambiante, lo inestable.

2.0272 La configuración de los objetos forma los estados de cosas.

2.03 En un estado de cosas los objetos están entrelazados unos con otros como los eslabones de una cadena.

▼ Esto es: igual que en una cadena sus eslabones se enganchan unos con otros sin que haya nada además de los propios eslabones que constituya su «enganche», los objetos se entrelazan en los estados de cosas de modo directo, sin que su «enlace» dependa de nada distinto de ellos mismos. Nuevamente Wittgenstein quiere evitar aquí un regreso problemático.

2.031 En un estado de cosas los objetos están relacionados unos con otros de un modo y manera determinados.

2.032 El modo y manera en que los objetos se conectan en un estado de cosas es la estructura de tal estado de cosas.

▼ Véase 2.15 para la noción correspondiente de «estructura de la figura».

2.033 La forma es la posibilidad de estructura.

2.034 La estructura de un hecho consta de las estructuras de los estados de cosas.

2.04 La totalidad de los estados de cosas existentes es el mundo.

2.05 La totalidad de los estados de cosas existentes determina también qué estados de cosas no existen.

2.06 La existencia y no existencia de estados de cosas es la realidad.

(Llamamos también a la existencia de estados de cosas hecho positivo, a la no existencia hecho negativo.)

2.061 Los estados de cosas son independientes unos de otros.

▼ Esto es, de la circunstancia de que se dé un estado de cosas particular no se sigue, por ejemplo, que se dé o que no pueda darse otro estado de cosas particular (2.062). Como veremos, también las proposiciones elementales —las que aseveran la existencia de estados de cosas— son lógicamente independientes.

2.062 De la existencia o no existencia de un estado de cosas no se puede inferir la existencia o no existencia de otro estado de cosas.

2.063 La realidad al completo es el mundo.

▼ En 2.04 se identifica el *mundo* con la totalidad de los estados de cosas existentes; en 2.06 se dice que la *realidad* es la existencia y no existencia de estados de cosas, mientras que 2.063 afirma que mundo y realidad son *lo mismo*. Tomados en su conjunto, estos tres párrafos parecen identificar —por medio de la identificación entre mundo y realidad (2.063)— la totalidad de los estados de cosas existentes (el mundo, 2.04) con la totalidad de los estados de cosas existentes y no existentes (la realidad, 2.06). Independientemente de que haya aquí un cierto desliz terminológico [véase Fogelin (1995), p. 13], cabe interpretar la conjunción de estas tres proposiciones, sin violentar de un modo excesivo la ontología del *Tractatus*, teniendo en cuenta que existe una relación muy especial entre la estructura de la realidad y la estructura del mundo. Pues sabemos ya que todo objeto lleva inscritas en sí sus posibilidades de combinación con otros objetos en estados de cosas; ahora bien, dado el conjunto de estados de cosas existentes, se puede determinar en principio el conjunto de los estados de cosas posibles [los que se dan y los que no se dan, pero podrían darse (2.05)]

mediante el examen de los objetos que son partes constituyentes de los estados de cosas existentes. De este modo, 2.063 enunciaría, quizás de manera un poco desorientadora, la estrecha relación existente entre realidad y mundo.

Leroy-Finch [H. Leroy-Finch (1971) *Wittgenstein: The Early Philosophy*, Humanities Press, Nueva York, 1971 —en adelante Leroy-Finch (1971)—] da una explicación mucho más simple —aunque quizás no totalmente satisfactoria— de esta posible incoherencia de Wittgenstein. 2.063 identificaría simplemente realidad y mundo, punto. Pues si para todo estado de cosas existente hay exactamente otro estado de cosas no existente aunque posible, lo que dice 2.063 es que si al conjunto de los estados de cosas existentes se le suma el conjunto de los estados de cosas no existentes, el resultado es el conjunto de los estados de cosas existentes. La aparente inconsistencia se disiparía cuando nos damos cuenta de que a proposiciones con sentido opuesto no les corresponden realidades diferentes sino una y la misma realidad (4.0621).

2.1 Nos hacemos figuras de los hechos.

2.11 Una figura representa una situación en el espacio lógico, la existencia y no existencia de estados de cosas.

▼ En el *Tractatus* aparecen los verbos *vorstellen* y *dartstellen* con un significado prácticamente idéntico. «Presentar» y «representar» (no confundir esto último con «ser representante de», véase la nota bajo 2.131) son traducciones castellanas de ambos términos que se pueden usar indistintamente. De hecho, tanto la traducción de Odgen que, no se olvide, fue revisada por Wittgenstein, como la de Pears y McGuinness, vierten ambos términos al inglés de manera intercambiable como *to present* y *to represent*. En mi traducción usaré sólo «representar» para traducir ambos términos alemanes.

2.12 Una figura es un modelo de la realidad.

2.13 A los objetos les corresponden en la figura los elementos de la propia figura.

2.131 Los elementos de la figura son en ella los representantes de los objetos.

▼ En 2.11 se afirma que «Una figura *representa* una situación en el espacio lógico» mientras que aquí, al hablar de los elementos de la figura, se dice que éstos son los *representantes* de los objetos. Esta diferencia terminológica refleja una característica fun-

damental de la denominada teoría figurativa del significado. Por una parte, la figura consta de elementos que se relacionan entre sí de un modo y manera determinados (2.14) y esos elementos *hacen las veces* —son los *representantes* de— los objetos. Dicho de otra manera, los elementos de la figura adquieren propiedades semánticas en virtud de una relación particular que mantienen con algo *externo* a ellos. Ahora bien, la figura *representa* una situación en el espacio lógico —para ser más exactos, representa su sentido (2.221)— aunque no en virtud de su relación con algo externo a la propia figura; particularmente la figura *no* es representante de ninguna situación efectiva: lo que representa una figura lo representa independientemente de que se dé o no la situación figurada. Esto quiere decir que las propiedades semánticas de la figura como un todo, a diferencia de las propiedades semánticas de sus elementos, son *internas*; surgen del hecho de que sus elementos —que tienen ya propiedades semánticas— están combinados de forma y manera determinados.

2.14 Una figura consiste en que sus elementos se relacionen unos con otros de modo y manera determinados.

2.141 Una figura es un hecho.

▼ Dado que un hecho, lo que es el caso, es la existencia de estados de cosas (2), y un estado de cosas es una combinación de objetos (2.01) que están relacionados unos con otros de un modo y manera determinados (2.031), no resulta difícil colegir por qué una figura es un hecho que consta también de elementos y estructura.

2.15 El que los elementos de la figura se relacionen unos con otros de modo y manera determinados representa que las cosas se relacionan también así unas con otras.

A esta conexión de los elementos de la figura la llamo estructura de la figura, y a la posibilidad de estructura, forma de figuración de la figura.

▼ Para la forma de figuración véanse especialmente 2.151 y 2.17.

2.151 La forma de figuración es la posibilidad de que las cosas se relacionen unas con otras como lo hacen los elementos de la figura.

2.1511 La figura se vincula *de este modo* con la realidad; llega hasta ella.

2.1512 Es como una vara de medir aplicada a la realidad.

2.15121 Sólo los puntos más extremos de los trazos de la escala *tocan* el objeto a medir.

2.1513 De acuerdo con esta concepción, pertenece también a la figura la relación figurativa, la que la hace figura.

2.1514 La relación figurativa consta de coordinaciones de los elementos de la figura con las cosas.

▼ «relación figurativa» es la expresión que Wittgenstein usa para referirse al hecho de que los elementos de la figura estén por objetos del mundo de los que aquéllos son representantes. Esta relación es, por así decirlo, directa; no requiere mediación alguna (aunque esto no quiere decir que no tenga que haber alguien que establezca las correlaciones). Véase a este respecto 2.03, en donde, de modo paralelo, se afirma que los objetos forman los estados de cosas al entrelazarse como los eslabones de una cadena, sin que haya nada adicional que constituya ese enlace.

2.1515 Estas coordinaciones son, en cierto modo, las antenas de los elementos de la figura, aquello con lo que la figura toca la realidad.

2.16 Un hecho, para ser una figura, ha de tener algo en común con lo figurado.

2.161 En la figura y en lo figurado ha de haber algo idéntico para que, en suma, la una pueda ser figura de lo otro.

2.17 Lo que una figura tiene que tener en común con la realidad para poder figurarla a su modo y

manera —correcta o erróneamente— es su forma de figuración.

2.171 Una figura puede figurar toda realidad de la que tenga la forma.

Una figura espacial, todo lo espacial, una coloreada, todo lo coloreado, etc.

2.172 La figura no puede figurar sin embargo su forma de figuración; la exhibe.

▼ Aparece aquí por vez primera en el *Tractatus* el tema de la inexpresabilidad que Wittgenstein consideraba como la piedra de toque de su obra y el problema central de la filosofía. 2.173 y 2.174 explican por qué es imposible figurar la forma de figuración: toda figura tiene necesariamente que tener forma de figuración y ésta es lo común entre la figura y lo figurado (2.161, 2.17). Pero si intentamos hacer una figura de la forma de figuración esa figura habrá de tener a su vez una forma de figuración, con lo que es fácil ver que nos embarcamos en un regreso al infinito de formas de figuración que nos permitan figurar la forma de figuración, etc. Dado que una figura no puede situarse fuera de su forma de figuración, se sigue que es imposible figurar la forma de figuración. Para la forma de figuración más abstracta, la forma lógica, y la imposibilidad de que haya proposición alguna que la figure véanse más adelante 4.12 y 4.121

2.173 La figura representa aquello de lo que trata desde fuera (su punto de vista es su forma de representación); por esto la figura representa aquello de lo que trata correcta o erróneamente.

2.174 Pero una figura no puede situarse fuera de su forma de representación.

2.18 Lo que toda figura, cualquiera que sea su forma, tiene que tener en común con la realidad para que, en suma, pueda figurarla —correcta o erróneamente—, es la forma lógica, esto es: la forma de la realidad.

▼ Para poder llevar a cabo la tarea de figurar la realidad, figura y realidad han de tener en común la forma de figuración (2.17). Ahora bien, las figuras pueden ser en

principio de muchos tipos y, correspondientemente, habrá formas de figuración diferentes para cada tipo de figura. Pero ¿no podríamos caracterizar la forma de figuración de tal manera que no aparezca ligada a ningún modo particular de representar hechos? El recurso a la *forma lógica* es lo que nos permite [ver Fogelin (1995), pp. 22 ss.] mantener que la figuración tiene lugar en virtud de que figura y figurado comparten una forma, al mismo tiempo que retenemos una noción de forma *totalmente desprovista de rasgos empíricos ligados a formas particulares de representación*. Por ejemplo, en lo que muchos biógrafos de Wittgenstein dicen que fue su inspiración original para la teoría de la figura —las representaciones de las circunstancias de un accidente por medio de muñecos y coches de juguete en los tribunales de París— determinada disposición de tales juguetes puede representar un accidente porque tanto el accidente como este tipo particular de representación comparten el rasgo de la *espacialidad*. Ahora bien, aunque uno pueda figurar hechos explotando características espaciales, es fácil ver que la mayor parte de las figuras que nos hacemos de los hechos (piénsese sólo en las figuras lingüísticas) no son espaciales. Pero si algo como el rasgo espacial, que es común a la representación de accidentes por medio de juguetes y al propio accidente, no resulta ser indispensable para la figuración, entonces sólo algo tan absolutamente general como la forma lógica puede dar substancia a la tesis de que la figuración tiene lugar en virtud de la comunidad de forma. Véase a este respecto 2.182: «Toda figura es *también* una figura lógica. (En cambio, no toda figura es, por ejemplo, una figura espacial.)» Fogelin llama también la atención sobre el hecho de que 2.18 identifique la forma lógica con la forma de la realidad. Pues si, en tanto que hecho, toda figura es parte de la realidad, esto querría decir que una figura tiene capacidades representacionales en virtud precisamente de la forma lógica que comparte con todo hecho posible.

2.181 Si la forma de figuración de una figura es la forma lógica, entonces la figura se llama figura lógica.

2.182 Toda figura es *también* una
cambio, no toda figura es, por ejemplo, una figura espacial.)

2.19 Las figuras lógicas pueden figurar el mundo.

2.2 Una figura tiene en común con lo figurado la forma lógica de figuración.

2.201 Una figura, al representar una posibilidad de existencia y no existencia de estados de cosas, figura la realidad.

2.202 Una figura representa una situación posible en el espacio lógico.

▼ Pues los hechos se dan en el espacio lógico (1.13).

2.203 Una figura contiene la posibilidad de la situación que representa.

2.21 Una figura casa o no con la realidad; es correcta o incorrecta, verdadera o falsa.

2.22 Una figura representa lo que representa mediante su forma de figuración, de manera independiente de su verdad o falsedad.

▼ Una consecuencia inmediata de la separación entre las propiedades semánticas de los elementos de la figura (que hacen las veces de los objetos) y las de la figura como un todo (que representan una situación posible) es que el significado es independiente de la verdad. Una figura tiene sentido —pues el sentido es lo que la figura representa (2.221)— en virtud de su forma de figuración —en última instancia de su forma lógica— sin que tenga que exigirse que lo figurado sea un hecho con el que la figura encaje, es decir: sin que importe que la figura sea verdadera o falsa. Si esto último fuera un requisito de que una figura tuviera sentido, las propiedades semánticas de la figura y de sus elementos pertenecerían al mismo género. El sentido lo confiere la forma lógica mientras que verdad y falsedad tienen que ver con el acuerdo o desacuerdo de la figura —que ya debe tener un sentido— con la realidad (2.222). Por ello no podemos reconocer a partir de la figura sola si es verdadera o falsa (2.224), pues la forma lógica no es nunca garantía —sólo precondición— de verdad.

2.221 Lo que una figura representa es su sentido.

2.222 Su verdad o falsedad consiste en el acuerdo o desacuerdo de su sentido con la realidad.

2.223 Para reconocer si la figura es verdadera o falsa, tenemos que compararla con la realidad.

2.224 No se puede reconocer a partir de la figura sola si es verdadera o falsa.

2.225 No hay figura alguna que sea verdadera *a priori*.

▼ Esta observación es algo desorientadora. Como se verá más tarde, Wittgenstein desarrolla la teoría de la figura de tal modo que permita que haya un tipo particular de figuras —las tautologías— que son verdaderas *a priori*.

3 Una figura lógica de los hechos es un pensamiento.

▼ «pensamiento» traduce aquí el término alemán *Gedanke* utilizado por Frege (véase «El pensamiento», en G. Frege, *Ensayos sobre semántica y filosofía de la lógica*, Tecnos, Madrid, 1998), para referirse a los objetos abstractos que —a diferencia de las ideas y otras entidades psíquicas— son los *contenidos* de los actos de pensar, verdaderos o falsos independientemente de que alguien los piense y esencialmente comunicables. En 3, Wittgenstein parece usar «pensamiento» en el sentido fregeano; pues si un pensamiento es una figura lógica de los hechos, entonces estamos ante el tipo de figura más abstracto cuya forma figurativa es la forma lógica. Para mayor abundamiento, 3.01 hace referencia a «pensamientos verdaderos», con lo que se sugiere que, como Frege pensaba, son los pensamientos los portadores de la verdad y la falsedad. No obstante, esta asimilación resulta problemática ya en 3.02 donde se lee: «Un pensamiento contiene la posibilidad de la situación que *él* piensa» (cursivas mías). Obviamente, los objetos abstractos no piensan en modo alguno y, si bien es cierto que los pensamientos como actos subjetivos tampoco lo hacen, parece que, por mucho que haya que entender esto en sentido figurado —Pears y McGuinness salvan la situación traduciendo 3.02 como «A thought contains the possibility of which it is the thought»—, 3.02 ya es incompatible con la lectura puramente fregeana de «pensamiento» en 3. Véanse más adelante las notas bajo 3.1 y 3.11, donde las palabras de Wittgenstein indican que «pensamiento» tiene que ver con los actos de pensar y de donde se puede concluir que es verosímil que Wittgenstein esté usando en el *Tractatus* dos sentidos distintos de «pensamiento»: como realización subjetiva y como contenido objetivo.

3.001 «Un estado de cosas es pensable» quiere decir esto: nos podemos hacer una figura de él.

3.01 La totalidad de los pensamientos verdaderos es una figura del mundo.

3.02 Un pensamiento contiene la posibilidad de la situación que él piensa. Lo que es pensable es también posible.

3.03 No podemos pensar nada ilógico; si lo hiciéramos tendríamos que pensar ilógicamente.

3.031 Se decía en otras épocas que Dios podría crearlo todo excepto lo que contravenía las leyes lógicas. Y es que de un mundo ilógico no podríamos *decir* qué aspecto tendría.

▼ Pues supongamos que se pudiera hacer una figura de una situación imposible; esto querría decir que, a su vez, tal figura tendría que tener, por así decirlo, *forma ilógica*. Pero una figura que tuviera presumiblemente esa forma no sería en absoluto una figura. Simplemente, no podemos decir —figurar o *enunciar*— qué aspecto tendría un mundo ilógico.

3.032 Es tan poco posible representar en el lenguaje algo «que entre en contradicción con la lógica» como representar una figura en geometría por medio de sus coordenadas que entre en contradicción con las leyes del espacio, o dar las coordenadas de un punto que no existe.

3.0321 Podemos, es cierto, representar espacialmente un estado de cosas que contraviniese las leyes de la física, pero no uno que contraviniese las leyes de la geometría.

3.04 Un pensamiento correcto *a priori* sería aquel cuya posibilidad garantizase su verdad.

3.05 Sólo podríamos saber *a priori* que un pensamiento es verdadero si su verdad fuese reconocible a partir del propio pensamiento (sin objeto de comparación alguno).

3.1 En una proposición el pensamiento se expresa de un modo perceptible por los sentidos.

▼ Esto no debería entenderse como una afirmación al efecto de que un pensamiento es alguna suerte de entidad mental o abstracta que, por así decirlo, es el alma de la proposición de la que ésta sería meramente su parte perceptible por los sentidos. De hecho un pensamiento, dirá más tarde Wittgenstein (3.5), es un signo proposicional empleado y *pensado* y, a su vez, una proposición no es sino un signo proposicional en su relación proyectiva con el mundo (3.12). (De hecho, cuando Russell le preguntó a Wittgenstein si un pensamiento constaba de palabras, la respuesta fue que un pensamiento se componía de constituyentes psíquicos que tenían la misma relación con la realidad que las palabras. Nuevamente, esto milita en contra de una interpretación puramente fregeana de «pensamiento».)

3.11 Usamos el signo perceptible por los sentidos (signo sonoro o escrito, etc.) de una proposición como proyección de una situación posible.

El método de proyección es el pensar el sentido de la proposición.

▼ Lo peculiar de las proposiciones como figuras es, entonces, que son signos proposicionales de naturaleza lingüística —sus componentes son palabras— usados de una manera particular. Obsérvese que Wittgenstein distingue claramente entre el signo proposicional y la proposición. Un signo proposicional es una entidad de naturaleza sonora (por ejemplo, una oración hablada), gráfica (por ejemplo, una oración escrita) o, en general, perceptible por los sentidos, que tiene esencialmente un carácter *proyectivo*. Desde este punto de vista el signo proposicional es la proyección, lo que se proyecta en el signo es el sentido de la proposición —una situación posible— y el método de proyección consiste en *pensar* el sentido de la proposición. (Naturalmente, «proyección» ha de tomarse aquí en un sentido metafórico. Es por otra parte muy verosímil que esta manera de hablar esté relacionada con el interés que Wittgenstein demostró por la geometría proyectiva durante su estancia en Berlín al lado del profesor Jolles.)

3.12 Llamo al signo mediante el que expresamos un pensamiento, signo proposicional. Y una proposición es un signo proposicional en su relación proyectiva con el mundo.

3.13 A la proposición le es propio todo lo que pertenece a la proyección; pero no lo proyectado.

Por tanto, la posibilidad de lo proyectado, pero no lo proyectado mismo.

En una proposición, por consiguiente, no está aún contenido su sentido, aunque sí lo está la posibilidad de expresarlo.

(«El contenido de una proposición» quiere decir el contenido de una proposición con sentido.)

En una proposición está contenida la forma de su sentido, pero no su contenido.

3.14 El signo proposicional consiste en que sus elementos, las palabras, se relacionan unos con otros de modo y manera determinados.

Un signo proposicional es un hecho.

3.141 Una proposición no es un popurrí de palabras. (Como tampoco un tema musical es un popurrí de tonos.)

Una proposición está articulada.

3.142 Sólo los hechos pueden expresar un sentido, un agregado de nombres no puede hacerlo.

▼ Si son las proposiciones las que tienen sentido al representar una situación posible —al representar que las cosas están relacionadas entre sí de determinado modo y manera—, se sigue entonces que, cuando hablamos de figuras de carácter lingüístico, son los hechos —los signos proposicionales usados de la manera particular que se ha indicado— los que pueden representar hechos, a saber: cosas relacionadas de modo y manera determinados. Un mero popurrí de palabras sólo lograría dar una lista de «representantes» de cosas. Pero, recuérdese, el mundo es la totalidad de los hechos en el espacio lógico y por ello tal lista no podría representar ninguna situación posible, no diría nada sobre el mundo.

3.143 Que el signo proposicional es un hecho viene encubierto por la forma habitual de expresión, escrita o impresa.

Pues en una proposición impresa, por ejemplo, un signo proposicional no tiene el aspecto de ser esencialmente distinto de una palabra.

(De este modo fue posible que Frege llamase a las proposiciones nombres compuestos.)

▼ Si echamos un vistazo a una página de un libro no parece que encontremos una diferencia esencial entre las palabras que en ella aparecen y los signos proposicionales. Lo que Wittgenstein quiere subrayar es que hay una diferencia fundamental entre ambas cosas: el signo proposicional no es meramente un conjunto de palabras, es un *hecho*: el hecho de que las palabras que lo componen estén relacionadas entre sí de un modo y manera determinados. 3.1431 intenta clarificar este punto invitándonos a considerar un signo proposicional compuesto de objetos ordinarios de clases diferentes cuyas relaciones mutuas expresan un sentido. Frege pasó por alto esta diferencia al considerar que las oraciones declarativas eran un tipo particular de nombres propios de objetos lógicos, de valores de verdad; de ahí que las considerase como un tipo de nombres: nombres compuestos.

3.1431 La esencia del signo proposicional se ve muy claramente si, en lugar de compuesto de signos escritos, nos lo imaginamos compuesto de objetos espaciales (algo así como mesas, sillas, libros).

La mutua posición espacial de esas cosas expresa entonces el sentido de la proposición.

3.1432 No digas: «El signo complejo '*aRb*' dice que *a* está en la relación *R* con *b*», sino más bien: «*Que* '*a*' está en cierta relación con '*b*' dice *que aRb*».

▼ Esta muy debatida observación de Wittgenstein podemos tomarla, obviando otras dificultades, como una ilustración de lo dicho en la nota anterior. «*aRb*» es un signo proposicional que ciertamente dice que *a* está en una determinada relación *R* con *b*. (Doy por sentado que tanto «*a*» como «*b*» hacen las veces de los objetos de los que son representantes; cómo «*a*» y «*b*» se conectan con los objetos no es importante aquí.) Ahora bien, sería desorientador decir que es el signo complejo «*aRb*» el que dice esto (pues sugeriría que lo que dice algo es un mero popurrí de signos). Lo que dice que *a* está en una determinada relación *R* con *b* es *el hecho* (y un popurrí de signos no es un hecho) de que «*a*» está en cierta relación con «*b*» (en este caso que «*a*» está a la izquierda de «*b*»).

3.144 Las situaciones pueden describirse, no *nombrarse*.

(Los nombres son como puntos, las proposiciones como flechas, tienen sentido.)

3.2 En una proposición, un pensamiento puede expresarse de tal manera que a los objetos del pensamiento les correspondan elementos del signo proposicional.

3.201 A estos elementos los llamo «signos simples» y a la proposición «completamente analizada».

3.202 Los signos simples empleados en las proposiciones se llaman nombres.

▼ Los elementos de la proposición son signos simples en el sentido en que los objetos son también simples (2.02): no cabe su descomposición ulterior. Por otra parte, tales signos simples son nombres y, como tales, significan o hacen las veces de objetos (3.203, 3.22). Téngase en cuenta que, si los nombres hacen las veces de objetos, tienen que heredar sus marcas características (en este caso el ser simples).

3.203 Un nombre significa un objeto. El objeto es su significado. («*A*» es el mismo signo que «*A*».)

3.21 A una configuración de signos simples en un signo proposicional le corresponde una configuración de objetos en una situación.

3.22 En una proposición un nombre es el representante de un objeto.

3.221 A los objetos sólo los puedo *nombrar*. Los signos son sus representantes. Sólo puedo hablar *de* ellos, no puedo *expresarlos*. Una proposición sólo puede decir *cómo* es una cosa, no lo *que* es.

▼ Si a la configuración de nombres que forma el signo proposicional le corresponde una situación (3.21) —que, en el fondo, es una configuración particular de objetos— es evidente que no puedo sino nombrar objetos; en efecto, cualquier proposición habla de que los objetos a los que se refieren los signos simples (nombres)

están dispuestos de tal y tal manera. Por ello, una proposición habla siempre de rasgos de objetos pero no de lo que son los objetos. Los objetos pueden nombrarse (Wittgenstein dice aquí que «puedo hablar *de* ellos»), pero no describirse; a su vez, son las situaciones las que pueden describirse, pero no nombrarse (3.144). Los objetos tienen ciertamente, si los tomamos uno a uno, una forma particular pero, por un argumento similar al anterior, no es posible *enunciar* tal forma.

3.23 La exigencia de la posibilidad de los signos simples es la exigencia de la determinación del sentido.

▼ Wittgenstein abraza en el *Tractatus* la idea de que el sentido tiene que ser determinado, esto es: no son posibles los sentidos inexactos o borrosos. Pues para toda proposición siempre tiene que haber un hecho que la haga verdadera o falsa. Ahora bien, un hecho no es otra cosa que una configuración particular de objetos y una proposición es un signo proposicional —que es también un hecho— empleado de manera particular. Pues bien, la proposición sólo puede figurar de forma determinada un hecho si sus elementos constituyentes son *signos simples* (nombres) que están correlacionados con los objetos de los que son representantes. Véase a este respecto la nota bajo 2.0211.

3.24 Una proposición que trata sobre un complejo está en una relación interna con una proposición que trata sobre una parte constituyente de aquél.

Un complejo sólo puede darse mediante su descripción y ésta será una descripción ajustada o no ajustada. La proposición en la que se habla de un complejo no será, si éste no existe, un sinsentido, sino simplemente falsa.

Que un elemento proposicional significa un complejo es algo que puede verse a partir de una indeterminación de las proposiciones en las que ocurre. *Sabemos* que todavía no está todo determinado por esta proposición. (El signo de generalidad *contiene*, en efecto, una protofigura.)

La contracción de un símbolo de un complejo en un signo simple se puede expresar mediante una definición.

▼ Pues si un elemento proposicional—por ejemplo, «el actual rey de Francia»— designa un complejo, el sentido, a diferencia de lo que ocurre en el caso de los signos simples (3.23), no está determinado. Resulta claro que, por una parte, expresiones como «el actual rey de Francia» no tienen garantizada la referencia y no pueden actuar por ello como representantes de objetos tractarianos. Pero además, de acuerdo con el análisis russelliano de las descripciones, cualquier proposición que contenga un elemento proposicional de este tipo es necesariamente general.

Por otra parte, «protofigura» es la traducción del término *Urbild* que en las traducciones de Odgen y de Pears y McGuinness se vierte como «prototipo». La Sra. Anscombe [E. Anscombe (1959), *An Introduction to Wittgenstein's Tractatus*, Hutchinson, Londres, 1959 —en adelante, Anscombe (1959)—, p. 67] identifica la protofigura con una función proposicional —por ejemplo *Rxy*, contenida en la fórmula $\exists x\ (y)\ (Rxy)$— en la que, a diferencia de una figura propiamente dicha, por ejemplo *Rab*, las correlaciones entre los términos de la relación y los objetos no han sido establecidas. Sólo una vez que tales correlaciones se establecen es posible figurar un hecho mediante una configuración de signos y hacer una comparación con la realidad para determinar si las cosas están tal como la proposición dice que están. Pero el que una función proposicional sea una protofigura quiere decir también que exhibe la forma lógica de las proposiciones que son sus valores. Para la importancia de las protofiguras en la explicación wittgensteiniana de la generalidad véanse 5.521 y 5.522.

3.25 Hay uno y sólo un análisis completo de una proposición.

3.251 Una proposición expresa lo que expresa de una manera determinada y claramente especificable: la proposición está articulada.

3.26 Un nombre no se puede desmembrar adicionalmente por medio de definición alguna: es un signo primitivo.

▼ A diferencia de lo que sucede en el caso de los elementos proposicionales que designan complejos (3.24).

3.261 Todo signo definido significa *a través* de los signos mediante los que ha sido definido; y las definiciones señalan el camino.

Dos signos, un signo primitivo, y otro definido mediante signos primitivos, no pueden significar del mismo modo y manera. Los nombres no se *pueden* despiezar mediante definiciones. (Ningún signo que tenga por sí mismo, de manera independiente, un significado.)

3.262 Lo que no viene expresado en los signos lo muestra su aplicación. Lo que los signos se zampan, lo expresa su aplicación.

▼ Esto es, las características físicas de los signos —su apariencia— no son una guía segura para determinar su estructura o forma lógica, que se revela en sus aplicaciones. Ésta es una observación muy importante pues una de las motivaciones para un lenguaje lógicamente perspicuo es justamente que las apariencias de los signos disfrazan muchas veces la verdadera forma lógica de las proposiciones.

3.263 Los significados de los signos primitivos pueden ser explicados mediante elucidaciones. Las elucidaciones son proposiciones que contienen signos primitivos. Sólo pueden comprenderse por tanto si los significados de esos signos ya se conocen de antemano.

3.3 Sólo las proposiciones tienen sentido; sólo en la trabazón de una proposición tiene significado un nombre.

▼ En los *Fundamentos de la aritmética* Frege enunció, dentro de su tenaz campaña en contra del psicologismo en lógica y teoría del significado, el famoso principio del contexto: «Jamás preguntar por el significado de una palabra de manera aislada, sino sólo en el contexto de una proposición». Como todo el mundo puede comprobar por sí mismo, la tesis de que los significados son algún tipo de ideas (quizá imágenes) en la mente de la persona que habla se ve reforzada —al menos en el caso de las palabras categoremáticas— cuando se pregunta por su significado aisladamente, pero es mucho menos atractiva cuando la pregunta por el significado se plantea en el contexto de una oración. Esta formulación de Wittgenstein se hace eco sin duda del principio de Frege y tiene también sus mismos efectos. Pero 3.3 es también una consecuencia cabal de la ontología wittgensteiniana y de su teoría de la figura. En primer lugar, la tesis de que sólo las proposiciones tienen sentido difícilmente es una sorpresa: si lo que una figu-

ra representa es una situación en el espacio lógico, su sentido, entonces —contra Frege— sólo las proposiciones como figuras tienen sentido; los nombres sólo son partes integrantes del signo proposicional y, tomados uno por uno, sólo nombran en determinadas circunstancias. Es cierto que el signo proposicional consta de nombres relacionados de manera particular; pero es justamente este hecho —y no el que tengamos un mero popurrí de nombres— el que hace que una proposición tenga sentido. Por otra parte, los nombres son los elementos que tienen referencia, aunque no aisladamente, sino «sólo en la trabazón de una proposición». Hemos visto que el que los nombres tengan referencia quiere decir que actúan como representantes de (hacen las veces de) los objetos. Ahora bien, los objetos tienen esencialmente (2.011) forma: su posibilidad de ocurrencia en estados de cosas (2.014). Como dice Fogelin [Fogelin (1995), p. 34], si tomamos en serio que los nombres han de hacer las veces de los objetos, entonces deben comportarse como ellos; también ha de serles esencial el mantener determinadas relaciones con otros nombres en virtud de su forma. Pero puesto que, por una parte, los nombres están correlacionados con objetos y, por otra, las relaciones entre los nombres reflejan cómo están relacionados los objetos de los que son representantes, la conclusión obvia es que «sólo en la trabazón de una proposición tiene significado el nombre». Dicho de otra manera: los nombres sólo pueden ser representantes de objetos en tanto que mantienen relaciones con otros nombres, del mismo modo que un objeto sólo puede ser un objeto manteniendo determinadas relaciones con otros objetos en virtud de su forma.

3.31 A cualquier parte de la proposición que caracterice su sentido la llamo expresión (símbolo).

(La proposición misma es una expresión.)

Una expresión es todo lo que, siendo esencial para el sentido de la proposición, pueden tener en común entre sí las proposiciones.

Una expresión caracteriza una forma y un contenido.

3.311 Una expresión presupone las formas de todas las proposiciones en las que puede ocurrir. Es la marca característica común de una clase de proposiciones.

3.312 Por ello se la representa mediante la forma general de las proposiciones que caracteriza.

Y, de esta forma, la expresión será ciertamente *constante* y todo lo demás *variable*.

3.313 Una expresión se representa entonces por medio de una variable cuyos valores son las proposiciones que contienen la expresión.
(En el caso límite, la variable se convierte en una constante, la expresión en una proposición.)
Llamo a tal variable «variable proposicional».

▼ Por «variable proposicional» Wittgenstein entiende algo parecido a las funciones proposicionales de Russell que ponen en correspondencia biunívoca argumentos y proposiciones (y no valores de verdad, como en el caso de Frege). Pero mientras que en Russell los argumentos son objetos, en el caso de Wittgenstein los argumentos son los representantes de los objetos, los nombres. Una manera particularmente clara de darse cuenta de lo que Wittgenstein quiere decir es la formulada por Fogelin (1985), pp. 56-57. Sea «*ABCD*» una proposición elemental (esto es: una propoposición cuyos constituyentes son exclusivamente los nombres «*A*», «*B*», «*C*» y «*D*» concatenados entre sí). Si reemplazamos, por ejemplo, uno de los nombres por una variable obtendríamos la expresión «*AxCD*» que es una variable proposicional. «*Ax*» no es desde luego un signo simple, un nombre, y por ello no puede estar por un objeto. Pero tampoco expresa un sentido, pues el sentido es determinado y, como tal, sólo es producto de la configuración de nombres. «*Ax*» funciona como una especie de principio de colección de todos los valores de la función para todos los posibles valores de *x*. Si «*Ax*» es, pongamos por caso, «*x* es filósofo», lo que haría tal función sería coleccionar todas las proposiciones como «Tales es un filósofo», «Sócrates es un filósofo», «Platón es un filósofo», etc., por el procedimiento de rellenar el hueco ocupado por *x* en la expresión funcional con los nombres apropiados para tal signo.

3.314 Una expresión sólo tiene significado en una proposición. Toda variable puede concebirse como variable proposicional.
(También los nombres variables.)

▼ Observación paralela a lo que se afirma en 3.3 en el caso de los nombres.

3.315 Si convertimos una parte constituyente de una proposición en una variable, hay una clase de proposiciones que son todas ellas valores de la proposición variable resultante. En general, esta clase depende todavía de lo que nosotros, por convención arbitraria, entendamos por partes de esta pro-

posición. Pero si convertimos en variables todos aquellos signos cuyo significado se determinó de modo arbitrario, tenemos todavía tal clase. Pero ésta ya no depende de convención alguna, sino sólo de la naturaleza de la proposición. Corresponde a una forma lógica, a una protofigura lógica.

3.316 Qué valores le está permitido tomar a una variable proposicional es algo que se estipula.

La estipulación de los valores *es* la variable.

3.317 La estipulación de los valores de la variable proposicional es la *indicación de las proposiciones* cuya marca común es la variable.

La estipulación es una descripción de estas proposiciones.

Por consiguiente, la estipulación tratará sólo de símbolos, no de su significado.

Y *sólo* esto es esencial a la estipulación: *que es sólo una descripción de símbolos y no enuncia nada sobre la referencia de éstos.*

Cómo suceda la descripción de la proposición no es asunto esencial.

▼ Si, siguiendo el ejemplo de Fogelin en la nota bajo 3.313, aceptamos que la función proposicional «*AxCD*» resulta de la proposición elemental «*ABCD*», 3.316 nos dice que tal función proposicional se define por medio de estipulaciones que determinan qué proposiciones pueden construirse a partir de «*AxCD*» rellenando el hueco de la variable y que constituyen el conjunto que colecciona. Supongamos nuevamente que «*Ax*» es «*x* es un filósofo». Parecería que la manera más adecuada de estipular el conjunto de proposiciones que colecciona «*Ax*» sería el siguiente: dado que en la proposición elemental original «*ABCD*» el nombre «*B*» está por un género particular de objeto, «*Ax*» habrá de coleccionar sólo las proposiciones que resultan de colocar en el lugar de argumento un nombre que esté por un objeto del mismo género que aquel por el que «*B*» está. De este modo, «*Ax*» sólo coleccionaría las proposiciones en las que el nombre introducido está por objetos del mismo género que, por ejemplo, Tales, Sócrates, Platón, etc., pero no aquellas en cuyo lugar de argumento haya nombres como «El dos de mayo» o «$\sqrt{-1}$». Wittgenstein rechaza claramente esta sugerencia al decir en 3.317. «Y *sólo* esto es esencial a la estipulación: *que es sólo una descripción de símbolos y no enuncia nada sobre la referencia de éstos.* La razón de esta restricción de Wittgenstein ha de ser obvia en este punto: si inten-

tásemos estipular que la función proposicional «*Ax*» sólo colecciona proposiciones donde los substitutos de la «*x*» pertenecen a un determinado género estaríamos intentando enunciar algún hecho; pero la proposición que enunciase cuáles son los nombres adecuados para una clase particular de proposiciones haría uso de conceptos formales que, por su propia naturaleza, sólo pueden mostrarse en el simbolismo. De ahí que la estipulación sólo pueda ser una «descripción de símbolos y no enuncia nada sobre la referencia de éstos». El que las proposiciones coleccionadas por «*Ax*» sean o no adecuadas es algo que se determina mediante estipulaciones sobre los símbolos solos.

3.318 Concibo la proposición —como Frege y Russell— como función de las expresiones en ella contenidas.

3.32 Un signo es lo que, en un símbolo, es perceptible por los sentidos.

▼ Véase 3.11 y su correspondiente comentario. 3.32 es la generalización del caso particular del signo proposicional.

3.321 Dos símbolos distintos pueden por tanto tener en común el signo (escrito, sonoro, etc.); significan entonces de modo y manera distintos.

3.322 La marca común de dos objetos jamás puede indicar que los significamos con los mismos signos pero con dos *modos de significación* distintos. Pues el signo es ciertamente arbitrario. Uno podría también elegir dos signos distintos; y, entonces, ¿dónde quedaría lo que es común en la significación?

3.323 En el lenguaje ordinario ocurre muy a menudo que la misma palabra signifique de modo y manera distintos —que pertenezca por tanto a símbolos distintos— o que dos palabras que significan de modo y manera distintos se empleen en las proposiciones, mirado el asunto de forma superficial, de la misma manera.

De este modo, la palabra «es» aparece como cópula, como signo de identidad y como expresión de existencia; «existir» en calidad de verbo intransitivo, como «ir»; «idéntico» como adjetivo; hablamos de *algo*, pero también de que *algo* sucede.

(En la proposición «Verde es verde» —donde la primera palabra es el nombre propio de una persona y la última un adjetivo— estas palabras no tienen meramente distinto significado; más bien son *símbolos distintos*.)

▼ Puede verse fácilmente que el criterio para distinguir entre símbolos —o modos de significación diferentes— no son las clasificaciones gramaticales. En este mismo pasaje aparecen palabras que la gramática agrupa en una misma categoría y que, sin embargo tienen modos de significación distintos; lo que permite distinguir entre diferentes símbolos parece ser la gramática lógica (3.325). Por otra parte, téngase en cuenta que la distinción entre signo y símbolo es el comienzo de una serie de observaciones de gran importancia filosófica (a partir de 3.324) sobre la capacidad que tienen los signos de producir malas comprensiones. De hecho, aunque no se enuncia explícitamente todavía, 3.1432, es una muestra concreta de esa capacidad de generar problemas.

3.324 Es así como surgen fácilmente las confusiones más fundamentales (de las que toda la filosofía está llena).

3.325 Para evitar esos errores tenemos que emplear un lenguaje de signos que los excluya no usando el mismo signo para símbolos distintos, ni usando de igual modo —mirado el asunto de forma superficial— signos que tengan modos de significación distintos. Por tanto, un lenguaje de signos que esté regido por la gramática *lógica*, por la sintaxis lógica.

(La notación conceptual de Frege y de Russell es un lenguaje de este género, si bien es cierto que todavía no excluye todos los errores.)

▼ Bertrand Russell dice en su «Introducción» que el problema que le preocupaba a Wittgenstein cuando escribió el *Tractatus* era el de establecer «las condiciones que deberían ser cumplidas por un lenguaje lógicamente perfecto». Aunque 3.325 parece dar apoyo a esta afirmación de Russell, es evidente que no le faltaba razón a Wittgenstein cuando acusaba a Russell de no haber entendido cuál era su aspiración principal al escribir el *Tractatus*. Pues —véase 5.5563— en el libro puede leerse también que «las proposiciones de nuestro lenguaje ordinario están, tal como están, ordenadas de manera lógicamente perfecta». La aparente contradicción se resuelve si nos damos cuenta de que Wittgenstein aceptaba que los signos del lenguaje ordinario *disfrazaban* («se zampaban») a veces la estructura lógica de la proposición (que tiene sin embargo una lógica impecable) y una notación conceptual que excluyese el tipo de errores que él señala haría completamente perspicua tal estructura. La idea es, dicho de una manera aproximada, que en una notación adecuada las diferencias en la aplicación de los signos —las diferencias de gramática lógica— tendrían su reflejo en los propios signos, de modo que, por ejemplo, no estaría permitido que el «es» de identidad y el «es» de predicación tuvieran el mismo aspecto físico. Así, «las confusiones más fundamentales de las que toda la filosofía está llena» perderían uno de sus principales incentivos.

Frege hizo su propuesta de notación conceptual en *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelnsprache des reinen Denkens* (1879). Esta notación ha caído en desuso debido a su particular dificultad tipográfica. La notación conceptual de Russell —que es la que, de modo general, Wittgenstein usa en el *Tractatus*— apareció en la obra, escrita conjuntamente con Alfred North Whitehead, *Principia Mathematica* (1910-1913).

3.326 Para reconocer el símbolo en el signo uno debe fijarse en su uso con sentido.

▼ Es decir: a diferencia del signo, que reconocemos meramente por sus características sensibles, el símbolo sólo se reconoce prestando atención a su uso significativo, a sus reglas de uso.

3.327 Un signo sólo determina una forma lógica si se lo toma junto a su empleo lógico-sintáctico.

3.328 Un signo que *no se usa* carece de significado. Éste es el sentido de la divisa de Occam.

(Si todo se conduce como si un signo tuviera significado, entonces tiene en efecto significado.)

▼ Al franciscano Guillermo de Occam (1287-1347) se le atribuye el principio de economía ontológica —bautizado en el siglo XIX por Sir William Hamilton como «navaja de Occam»— y una de cuyas formulaciones más conocidas reza «Pluralitas non est ponenda sine necessitate» («La pluralidad no debe postularse sin necesidad»). Debe señalarse, sin embargo, que el rechazo por parte de Occam de la realidad externa de los universales no es consecuencia de este principio —aceptado y utilizado antes que él incluso por los realistas moderados—, sino que descansa sobre el principio de no contradicción. Fogelin [Fogelin (1995), p. 59] subraya en este contexto el énfasis que Wittgenstein pone sobre la aplicación de los signos. Pues si nosotros estipulamos las correlaciones entre nombres y objetos y las reglas de combinación de signos sin que se pueda meter en danza lo que los signos significan, ¿qué es lo que asegura que las combinaciones de nombres que permiten nuestras estipulaciones encajen con las combinaciones posibles de objetos en el mundo? La respuesta es que si un signo no se usa es que carece de significado; pero esto a su vez quiere decir que el criterio para determinar si las posibles combinaciones de signos encajan con las posibles combinaciones de objetos las determina el uso de los signos; pues si un determinado signo se usa como figura de una situación posible, entonces tiene que casar necesariamente con un hecho en el espacio lógico.

3.33 En la sintaxis lógica jamás está permitido que el significado de un signo desempeñe papel alguno. Aquélla tiene que poder establecerse sin que, al hacerlo, se mencione para nada el *significado* de un signo; *sólo* le está permitido presuponer la descripción de las expresiones.

▼ Black [Black (1964), p. 135] piensa que esta afirmación forma una misma pieza con la idea de Wittgenstein de que no es posible enunciar el significado de las expresiones. Pues las reglas de la sintaxis lógica tratan sólo del simbolismo entendido éste como lo que tienen en común los diferentes sistemas de signos en su empleo lógico-sintáctico (por ejemplo, lo que tienen en común los numerales arábigos y los romanos), y no tratan del presunto contenido.

3.331 Contemplemos, a partir de esta observación la «Teoría de Tipos» de Russell: el error de Russell se pone de manifiesto en el hecho de que, al establecer las reglas de los signos, tuvo que hablar de su significado.

▼ La teoría de tipos de Russell —cuya primera formulación aparece en 1908— constituye parte de su intento de buscar un armazón lógico para la matemática, seriamente amenazado desde el descubrimiento de su propia paradoja de la propiedad de las propiedades que no son propiedades de sí mismas. La teoría de tipos pretendía evitar estas paradojas estableciendo distinciones lógicas claras entre diferentes propiedades y relaciones predicables de entidades como, por ejemplo, la distinción entre objetos concretos y sus propiedades y las propiedades de estas propiedades, etc. Tomemos, por ejemplo, una oración en la que se asevera una pertenencia «... ∈ —». Tal oración no se considerará bien formada a menos que la expresión que aparezca a la izquierda esté por una entidad (o, en el caso de una variable, su rango sean entidades) exactamente de un tipo más bajo que aquélla por la que está la que aparece a la derecha. De este modo la oración «El número 5 pertenece a la clase de todos los pares de los números naturales» no es falsa, sino que resulta ser formalmente incorrecta pues viola las reglas de formación: la expresión que aparece a la izquierda de «∈» no es exactamente de un tipo más bajo que la que aparece a la derecha (tal jerarquía tendría su inicio en los individuos, el tipo siguiente serían las clases de individuos, seguido de las clases de clases de individuos... y así sucesivamente). Esta formulación se conoce como teoría simple de tipos donde propiedades y relaciones se distinguen por su orden respectivo en la jerarquía. Con la resurrección del interés por las denominadas paradojas semánticas (como la paradoja del mentiroso) que la teoría simple de tipos era incapaz de bloquear, Russell diseñó lo que se conoce como teoría de tipos ramificada donde propiedades y relaciones se distinguen tanto jerárquicamente —por su orden o tipo— como por su nivel dentro de la jerarquía. El principal reproche de Wittgenstein a la teoría de tipos consiste en que en su formulación lógico-sintáctica se habla de aquello de lo que los signos tratan —algo que Wittgenstein defendía que no podía hacerse—. Es claro que no se puede decretar que la oración «El número 5 pertenece a la clase de todos los pares de los números naturales» es formalmente incorrecta atendiendo sólo a las reglas de formación de oraciones del castellano. La posición de Wittgenstein es que, si Russell quiere que la teoría de tipos tenga el efecto de «bloqueo» de las paradojas, ésta sólo debería hablar de lo que es común a los diversos sistemas de signos posibles en su empleo lógico sintáctico. No obstante, como Black señala, Russell pensaba que la teoría de tipos era esencialmente una teoría sobre el simbolismo y hay posibilidad de formularla sin que se tengan que mencionar los significados de los signos.

3.332 Ninguna proposición puede enunciar nada sobre sí misma, puesto que un signo proposicional no puede estar contenido en sí mismo (a esto se reduce toda la «Teoría de Tipos»).

3.333 Una función no puede ser su propio argumento puesto que el signo de función contiene ya la protofigura de su argumento y no puede contenerse a sí mismo.

Supongamos, por poner un ejemplo, que la función $F(fx)$ pudiera ser su propio argumento; entonces habría una proposición «$F(F(fx))$», y en ella la función externa F y la función interna F tienen que tener significados distintos, pues la interna tiene la forma $\phi(fx)$, la externa la forma $\psi(\phi(fx))$. Sólo es común a ambas funciones la letra «F», pero ésta, por sí sola, no significa nada.

Esto resulta claro de manera inmediata cuando, en lugar de «$F(Fu)$» escribimos «$(\exists\phi)$: $F(\phi u)$. $\phi u = Fu$».

Con esto desaparece la Paradoja de Russell.

▼ Russell descubrió la desde entonces denominada «paradoja de Russell» en 1901 aplicando a la clase de todas las clases la demostración de Cantor —el padre de la teoría de conjuntos— de que no existe el mayor de los números cardinales. Cantor había concluido que el mayor de los números cardinales no podía existir dado que el supuesto de su existencia generaba una contradicción. Reza así: el conjunto de todos los conjuntos U es el conjunto con un mayor número cardinal, puesto que todo conjunto es un subconjunto de U. Ahora bien, hay un número cardinal mayor que el de cualquier conjunto dado C: el cardinal del conjunto potencia —el conjunto de todos los subconjuntos— de C. De este modo, el cardinal del conjunto potencia de U es mayor que el de U, que era el conjunto con mayor cardinalidad de todos, con lo que originamos una contradicción. La aplicación de Russell fue del siguiente tenor: hay algunas clases que no son miembros de sí mismas. Por ejemplo, la clase de los hombres no es miembro de sí misma dado que tal clase no es un hombre. Hay, sin embargo, algunas clases que son miembros de sí mismas como, por ejemplo, la clase de los no-hombres que es un miembro de sí misma porque tal clase no es un hombre. Consideremos ahora la clase de todas y sólo las clases que no son miembros de sí mismas. Si es un miembro de sí misma entonces, puesto que sus miembros son sólo aquellas clases que no son miembros de sí mismas, no es un miembro de sí misma. Pero, si no es un miembro de sí misma, entonces, puesto que es la clase de todas las clases que no son miembros de sí mismas, es un miembro de sí misma. Dicho de otra manera: obtenemos el contradictorio resultado de que tal clase es un miembro de sí misma y no es un miembro de sí misma. Por tanto, no puede haber ningún predicado que sea predicable de todos y sólo aquellos predicados que no son predicables de sí mismos. En 1902, Russell comunicó a Frege este resultado cuando el lógico de Jena tenía ya en prensa el segundo volumen de los *Grundgesetze* que incluía entre sus axiomas uno que permitía el paso de un concepto a su extensión y que era esencial para establecer que los números eran objetos lógicos (si todo F es G y todo G es F, entonces la clase de los G es idéntica a la clase de los F, y viceversa). Ahora bien, el sistema de Frege permitía, con tal axioma, la formación de la

clase de todas las clases que no son miembros de sí mismas, lo que era intolerable. Frege reaccionó con la amargura natural de quien es consciente de que las esperanzas de toda una vida de trabajo intelectual se desvanecen pero, al aceptar su derrota, escribió una de las más bellas páginas de honestidad intelectual de la historia de la ciencia.

El razonamiento que conduce a Wittgenstein a la conclusión de que la paradoja de Russell desaparece puede reconstruirse así. Supongamos que a partir de una función cualquiera $F(x)$ pudiera construirse una nueva función cuyo argumento fuese la propia función; la escribiríamos en notación simbólica como $F(F)$, donde la función ocupa ahora el lugar de su propio argumento. Ahora bien, a pesar de que las dos «F» tengan la misma apariencia, tendrán significados distintos —serán distintos símbolos— dado que tienen usos diferentes. Pero en una notación conceptual satisfactoria no debería ocurrir que a símbolos distintos les correspondiese el mismo signo con lo que $F(F)$ no sería una fórmula bien formada. Pensemos en el caso en que intentamos construir una proposición que se refiera a sí misma: tal proposición y aquella a la que pretendidamente se refiere serían dos proposiciones distintas, con lo que en tal notación conceptual no sería admisible una proposición de estas características. Luego, la teoría de tipos es superflua y Wittgenstein pretende haber conseguido este resultado estableciendo constricciones sobre el simbolismo sin mencionar para nada su contenido.

3.334 Las reglas de la sintaxis lógica han de comprenderse por sí mismas tan sólo con saber cómo significa cada signo.

3.34 Una proposición posee rasgos esenciales y accidentales.

Son accidentales los rasgos que resultan del modo particular en que se gesta el signo proposicional. Esenciales son solamente aquellos que capacitan a la proposición para expresar su sentido.

3.341 Lo esencial en una proposición es, entonces, lo que tienen en común todas las proposiciones que pueden expresar el mismo sentido.

Y del mismo modo, dicho de manera general, lo esencial en un símbolo es lo que tienen en común todos los símbolos que pueden cumplir el mismo objetivo.

3.3411 Podría, por consiguiente, decirse: el nombre propiamente dicho de un objeto es lo que tienen en común todos los símbolos que lo toman como su significación. Resultaría entonces de manera progresiva que ningún género de composición es esencial para un nombre.

3.342 Hay ciertamente en nuestras notaciones algo que es arbitrario, pero *esto* no lo es: que *cuando* hemos determinado algo arbitrariamente, entonces, algo diferente tiene que ser el caso. (Esto resulta de la *esencia* de la notación.)

▼ Piénsese en el caso de «es». Desde luego, es completamente arbitrario que este signo se use como cópula o como signo de identidad. Pero ya no es arbitrario el que se sigan determinadas cosas de que «es» se use como cópula o como signo de identidad y es precisamente en esa aplicación del signo donde reside lo esencial de la notación, la forma del signo. De este modo, en una proposición debe distinguirse entre el signo proposicional en tanto que configuración física de signos —que es arbitrario— y la forma o estructura de la proposición que su aplicación pone de manifiesto y que no tiene tal carácter.

3.3421 Un modo particular de significación puede carecer de importancia, pero siempre es importante que éste sea un *posible* modo de significación. Y así sucede de modo general en filosofía: una y otra vez, el caso individual resulta carecer de importancia, pero la posibilidad de cada caso individual nos instruye sobre la esencia del mundo.

3.343 Las definiciones son reglas de traducción de un lenguaje a otro. Cualquier lenguaje de signos correcto tiene que ser traducible a cualquier otro de acuerdo con tales reglas: *esto* es lo que todos ellos tienen en común.

3.344 Lo que significa en un símbolo es lo que tienen en común todos aquellos símbolos por los

que se puede reemplazar el primero de acuerdo con las reglas de la sintaxis lógica.

3.3441 Se puede, por ejemplo, expresar lo que es común a todas las notaciones para las funciones de verdad del modo siguiente: tienen en común el que, por ejemplo, todas ellas *pueden ser substituidas* por la notación «$\sim p$» («*no p*») y «p v q» («*p o q*»). (Con esto se caracteriza el modo y manera en que una posible notación especial puede instruirnos de modo general.)

▼ Post demostró en 1920 que el conjunto formado por las conectivas «~» y «v» era adecuado para la expresión de cualquier función de verdad.

3.3442 El signo de un complejo tampoco se resuelve arbitrariamente por el análisis como si, pongamos por caso, su resolución fuese distinta en cada composición proposicional.

3.4 Una proposición determina un lugar en el espacio lógico. La existencia de ese lugar lógico está garantizada únicamente por la existencia de las partes constituyentes, por la existencia de la proposición con sentido.

3.41 El signo proposicional y las coordenadas lógicas: esto es el lugar lógico.

3.411 El lugar geométrico y el lógico coinciden en que ambos son la posibilidad de una existencia.

3.42 Aunque una proposición sólo puede determinar un lugar en el espacio lógico, todo el espacio lógico tiene que venir ya dado por ella.

(Si no fuera así, mediante la negación, la suma lógica, el producto lógico, etc., se introducirían siempre nuevos elementos —en coordinación.)

(El armazón lógico que rodea una figura determina el espacio lógico. La proposición atraviesa todo el espacio lógico de parte a parte.)

▼ ¿Cómo es posible que una proposición sólo determine un lugar en el espacio lógico aunque todo el espacio lógico tenga ya que venir dado por ella? Sea «*p*» una proposición cualquiera. «*p*» determinaría un lugar en el espacio lógico, pero si todo el espacio lógico no viniera dado ya con ella esto querría decir que el sentido de «*p*» no determina, lo que por fuerza tiene que hacer, las relaciones de «*p*» con otras proposiciones en las que aparece como componente (negación, suma lógica, etc.). Pero esto sólo puede suceder si «*p*» tuviera —lo que no es el caso— diferentes significados cuando aparece de manera aislada que cuando aparece combinada con otras proposiciones.

3.5 Un signo proposicional empleado, pensado, es un pensamiento.

4 Un pensamiento es una proposición con sentido.

4.001 La totalidad de las proposiciones es el lenguaje.

▼ Del mismo modo que el mundo es la totalidad de los hechos y no de las cosas, el lenguaje es la totalidad de las proposiciones y no de los nombres.

4.002 El hombre posee la capacidad de construir lenguajes en los que se pueda expresar cualquier sentido sin tener ni idea de cómo y de qué significa cada palabra. Del mismo modo que se habla sin saber cómo se producen los sonidos individuales.

El lenguaje ordinario es una parte del organismo humano y no es menos complicado que éste.

Es humanamente imposible extraer de él, sin mediación alguna, la lógica del lenguaje.

El lenguaje disfraza el pensamiento.Y lo hace en verdad de un modo tal que uno no puede inferir

a partir de la forma externa de la vestimenta la forma del pensamiento vestido con ella; pues la forma externa de la vestimenta está diseñada con unos objetivos completamente distintos de los de dejar que se reconozca la forma del cuerpo.

Las convenciones tácitas para la comprensión del lenguaje ordinario son enormemente complicadas.

4.003 La mayor parte de las proposiciones y preguntas que se han escrito sobre asuntos filosóficos no son falsas sino sinsentidos. Es por ello por lo que no podemos en absoluto responder a preguntas de ese tipo, sino sólo constatar que se trata de sinsentidos. La mayor parte de las preguntas y proposiciones de los filósofos surgen del hecho de que no entendemos la lógica de nuestro lenguaje.

(Son del mismo género que la pregunta sobre si lo bueno es más o menos idéntico que lo bello.)

Y no es sorprendente que los problemas más profundos *no* constituyan en realidad problema *alguno*.

▼ Esto es: lo que es arbitrario en el signo proposicional (3.34, 3.341) puede ocultar con frecuencia lo que es esencial. Podemos a veces tomar por una proposición determinado signo lingüístico que no tiene una aplicación que, si se me permite la expresión, carece de lógica. Gran parte de las preguntas filosóficas tienen este origen y la filosofía consistiría en la actividad crítica por la que revelamos la lógica, habitualmente camuflada, de nuestro lenguaje.

4.0031 Toda filosofía es «crítica del lenguaje». (Sin embargo, no en el sentido de Mauthner.) Es mérito de Russell el haber mostrado que la forma lógica aparente de una proposición no tiene por qué ser la real.

▼ Fritz Mauthner (1849-1923), filósofo, periodista y literato nacido en Bohemia cuya vida intelectual se desarrolló en su mayor parte en Berlín. Mauthner defendía una visión escéptica del conocimiento basada en su noción de que la infor-

mación proporcionada por los sentidos depende de las necesidades humanas y de su utilidad práctica en cada momento. De este modo, sostiene él, los propios sentidos han sufrido modificaciones conectadas con los cambios, incluidos los cambios evolutivos, de tales necesidades. A partir de esta concepción, Mauthner elaboró la tesis de que el lenguaje sólo nos proporciona imágenes contingentes del mundo; pues el lenguaje como soporte de los conceptos sólo mantiene una relación «metafórica» con la realidad. Una consecuencia inmediata de esta postura epistemológica es que la filosofía no puede concebirse como la empresa de describir la verdadera estructura del mundo. El lugar de la filosofía lo ocupa la crítica del lenguaje en una constante actividad liberadora y terapéutica que, si bien no es una solución al «enigma de la esfinge», «es al menos el acto redentor que fuerza a la esfinge al silencio». Aunque Wittgenstein defiende en el *Tractatus* que toda filosofía es crítica del lenguaje, sus razones son otras, como hemos visto más arriba. Si bien ambos coinciden en que el grado más elevado de crítica del lenguaje es el silencio, nada más lejos del espíritu de Mauthner que la concepción de que las proposiciones son figuras de la realidad o la de que la forma lógica es el requisito de la figuración.

Por otra parte, al señalar que la forma lógica aparente no tiene por qué ser la real, Wittgenstein está pensando con toda seguridad en la teoría de las descripciones de Russell. En proposiciones que contienen descripciones definidas como, por ejemplo, «El actual presidente de la República Española es masón», surgen toda una hueste de problemas a partir de la exigencia de que la expresión «El actual presidente de la República Española», si es significativa, debe designar algún tipo de entidad. El análisis de Russell muestra que el compromiso con la existencia de tal entidad sólo viene inducido por la forma gramatical de la expresión «El actual presidente de la República Española» que, cuando se analiza de forma lógicamente adecuada, desaparece (y con él todos los problemas asociados).

4.01 Una proposición es una figura de la realidad.

Una proposición es un modelo de la realidad tal como nos la imaginamos.

4.011 A primera vista no parece que una proposición —tal como, por ejemplo, está impresa sobre el papel— sea figura alguna de la realidad de la que trata. Pero, a primera vista, tampoco parece que la notación musical sea figura alguna de la música, ni que nuestra escritura fonética (el alfabeto) sea figura alguna de nuestro lenguaje hablado.

Pero, con todo, esos lenguajes de signos resultan ser, incluso en el sentido ordinario, figuras de lo que representan.

▼ 4.01 es, como ha señalado Stenius [E. Stenius (1960), *Wittgenstein's Tractatus. A Critical Exposition of the Main Lines of Thought*, Blackwell, Oxford —en adelante Stenius (1960)—, p. 11)] una consecuencia de 3 y 4. Pues si los pensamientos son figuras de los hechos (3) y un pensamiento es una proposición con sentido (4), se sigue que una proposición es una figura de la realidad (4.01). Wittgenstein ha hablado de las proposiciones como pensamientos expresados de manera perceptible por los sentidos (3.1), como un uso del signo proposicional en tanto que proyección de una situación posible (3.11) y parece claro que signo proposicional y proposición no son *dos cosas distintas*, sino que una proposición no es sino un signo proposicional en su relación proyectiva con el mundo. A partir de ahora el término «figura» se extiende de modo metafórico-analógico para cubrir también las proposiciones (4.01). El propio Wittgenstein reconoce que, a primera vista, una proposición no parece ser una figura de la realidad —como tampoco la notación musical parece ser una figura de la música— y su réplica de que la notación musical y la escritura fonética son figuras «*incluso en el sentido ordinario*» parece más bien una exageración. Son figuras porque (4.014) todas estas notaciones «están entre sí en la relación interna de figuración que se da entre lenguaje y mundo».

4.012 Es evidente que tenemos la sensación de que una proposición de la forma «*aRb*» es una figura. Obviamente, el signo guarda aquí similitud con lo significado.

4.013 Y si penetramos en lo esencial de este carácter figurativo, vemos que *no* resulta perturbado por *irregularidades aparentes* (como el empleo de ♯ y ♭ en la notación musical).

Pues incluso esas irregularidades figuran lo que pretenden expresar; sólo que de un modo y manera distintos.

4.014 La placa del gramófono, el pensamiento musical, la notación musical, las ondas sonoras, están todos ellos entre sí en la relación interna de figuración que se da entre lenguaje y mundo.

Todos ellos tienen en común la construcción lógica.

(Como, en el cuento, los dos jóvenes, sus dos caballos y sus lirios. En cierto sentido, todos ellos son uno.)

▼ Ha de señalarse que por «relación interna» Wittgenstein no entiende la tesis idealista de que toda relación que un objeto mantiene con cualquier otro es necesaria para que el objeto en cuestión sea el objeto que es. Por «relación interna» se hace referencia aquí a la circunstancia de que una figura tiene que tener en común con la realidad la forma lógica (2.18). Esto quiere decir: los elementos de una figura —en el caso de una proposición, los nombres— tienen que tener la capacidad de relacionarse entre sí de la misma manera que los constituyentes de un hecho o, como se afirma a continuación, tienen que tener en común la misma construcción lógica.

4.0141 La semejanza interna de figuraciones aparentemente tan distintas consiste precisamente en el hecho de que hay una regla general por medio de la que el músico puede extraer la sinfonía de la partitura, mediante la que se puede derivar la sinfonía a partir del surco de la placa del gramófono y, de nuevo, deducir la partitura de acuerdo con la primera regla. Y esta regla es la ley de proyección que proyecta la sinfonía en el lenguaje de la notación musical. Es la regla de traducción del lenguaje de la notación musical al lenguaje de la placa del gramófono.

▼ Tener la «misma construcción lógica» se explica aquí en términos de la existencia de una regla general que conecta, por ejemplo, la partitura (o los surcos de las placas de un gramófono) —que, aunque pueda parecer extraño, son figuras en el sentido mencionado anteriormente— con la sinfonía que el músico extrae de ella. La regla general funciona como ley de proyección en el sentido en que la proposición es un signo proposicional en su relación proyectiva con el mundo.

4.015 La posibilidad de todas las similitudes, de todo el carácter figurativo de nuestro modo de expresión, descansa en la lógica de la figuración.

4.016 Para entender la esencia de la proposición, pensemos en la escritura jeroglífica que figura los hechos que describe.

Y a partir de ella se desarrolló la escritura alfabética sin que se perdiese lo esencial de la figuración.

4.02 Vemos esto en que entendemos el sentido de un signo proposicional sin que se nos haya explicado.

4.021 Una proposición es una figura de la realidad, pues si entiendo la proposición, conozco la situación que ella representa. Y entiendo la proposición sin que se me haya explicado su sentido.

▼ Esto es: una vez que sé por qué están los componentes de una proposición tengo que saber también qué situación posible representa la proposición. Una proposición expresa un sentido en virtud de que sus elementos están en determinadas relaciones. Pero, si sé en lugar de qué están esos elementos, *ya no se me tiene que explicar nada* para captar el sentido. El sentido es algo que la proposición *muestra* (4.022). Esto resuelve una dificultad aparente: ¿cómo somos capaces de entender proposiciones de notable complejidad y con las que nunca nos hemos topado? La respuesta es una consecuencia de la consideración de las proposiciones como figuras. Un signo proposicional consta de elementos que están en determinadas relaciones. Encontrarse *por vez primera* con una proposición es encontrarse por vez primera con una configuración particular de elementos componentes de un signo proposicional —cuya referencia ya conozco— que representan una situación posible. Es cierto (4.026) que se me tiene que explicar en lugar de qué están esos elementos para que pueda conocer sus referencias, pero una vez hecho esto, las múltiples situaciones posibles que representan las distintas configuraciones de los elementos del signo proposicional se entienden, sin más explicación, en virtud de que la proposición está conectada esencialmente con la situación que comunica, y esta conexión consiste en que la proposición es precisamente una figura lógica de la situación (4.03). Adicionalmente, el que uno entienda de hecho una proposición sin que se le explique previamente su sentido puede verse como un argumento a favor de que las proposiciones son figuras; pues la proposición sólo puede entenderse sin explicación previa si es una figura conectada con la situación que representa por medio de la forma lógica.

4.022 Una proposición *muestra* su sentido.
Una proposición *muestra* cómo están las cosas *si* es verdadera. Y *dice que* están así.

▼ Aparece aquí por vez primera una de las nociones capitales y más intrincadas del *Tractatus*, la noción de «mostrar». Una proposición *muestra* su sentido, un hecho *posible*; muestra cómo están las cosas si la proposición es verdadera (obsérvese que lo que es el caso *también* es posible); pero si es falsa también muestra un hecho posible, aunque no muestra cómo están efectivamente las cosas. Entendemos una proposición sin saber si es verdadera o falsa; si las proposiciones mostraran sólo hechos *simpliciter* no habría lugar para las proposiciones falsas. Por otra parte, la proposición *dice* (verdadera o falsamente) que las cosas están de determinada manera.

Véanse más adelante 4.461 y 4.1212. Téngase en cuenta que «dice» es en el *Tractatus* un término técnico equivalente a «enuncia».

4.023 La realidad tiene que quedar fijada por la proposición de modo que sólo quepan dos alternativas: sí o no.

Para ello, la proposición tiene que describir la realidad de manera completa.

Una proposición es la descripción de un estado de cosas.

Así como la descripción de un objeto se hace por sus propiedades externas, la proposición describe la realidad por sus propiedades internas.

Una proposición construye un mundo con la ayuda de un armazón lógico y, por ello, puede verse también en ella todo rasgo de lo lógico *si* es verdadera. Pueden *extraerse conclusiones* a partir de una proposición falsa.

4.024 Entender una proposición quiere decir saber lo que es el caso si es verdadera.

(Así pues, se la puede entender sin saber si es verdadera.)

Se la entiende cuando se entienden sus partes constituyentes.

▼ Es decir, entender una proposición es conocer sus condiciones de verdad, el punto en el que Wittgenstein más se aproximó al principio de verificación [Black (1964), p. 171]. De hecho entendemos una oración de la misma manera, ya sea ésta verdadera o falsa. Como hemos visto, para entender una proposición necesitamos que se nos explique cada correlación entre nombres y objetos, pero no necesitamos una explicación distinta para entender cada conexión de los nombres en signos proposicionales, pues el sentido de una proposición lo entendemos sin que se nos explique y de manera independiente de su verdad y falsedad. Comprender, por ejemplo, el sentido de «Excalibur tiene un tajo afilado» no es saber que la espada «Excalibur» tiene un tajo afilado, sino saber cómo sería el mundo si contuviera a la espada «Excalibur» y ésta tuviera un tajo afilado.

4.025 La traducción de un lenguaje a otro no es un procedimiento que consista en traducir cada *proposición* del primero por una *proposición* del segundo, sino que sólo se traducen las partes constituyentes de las proposiciones.

(Y el diccionario no sólo traduce substantivos, sino también verbos, adjetivos, conjunciones, etc.; y los trata a todos por igual.)

4.026 Los significados de los signos simples (de las palabras) se nos tienen que explicar para que los entendamos.

Pero con las proposiciones nos entendemos.

4.027 Corresponde a la esencia de la proposición el que nos pueda comunicar un sentido *nuevo*.

4.03 Una proposición tiene que comunicar un sentido nuevo con expresiones viejas.

Una proposición nos comunica una situación; tiene por tanto que estar conectada *esencialmente* con la situación.

Y la conexión es precisamente que ella es una figura lógica de la situación.

Una proposición enuncia algo sólo en la medida en que es una figura.

4.031 En una proposición se ensambla, por así decirlo, una situación a modo de prueba.

En vez de «Esta proposición tiene tal y cual sentido», puede decirse directamente: «Esta proposición representa tal y cual situación».

4.0311 Un nombre está por una cosa, otro por otra cosa y entre sí están conectados de manera que el todo —como una figura viviente— representa un estado de cosas.

▼ Se alude aquí a la posible fuente de inspiración de Wittgenstein para la teoría de la figura —representación de accidentes con la ayuda de piezas de juguete en los tribunales de París— a la que se hace referencia en la nota bajo 2.18.

4.0312 La posibilidad de las proposiciones se basa en el principio de que los objetos tienen a los signos como representantes suyos.

Mi idea fundamental es que las constantes lógicas no actúan como representantes de nada. Que la *lógica* de los hechos no consiente en tener representantes.

▼ Wittgenstein expresa aquí uno de los puntos fundamentales del *Tractatus* que, como se verá, tiene un importante desarrollo posterior. A diferencia de las proposiciones que representan hechos en el espacio lógico y cuya posibilidad descansa en que los signos simples (los nombres) hagan las veces de los objetos, la lógica de los hechos, dice él, no consiente en tener representantes: las constantes lógicas no funcionan como los nombres. ¿Han pensado los filósofos que las constantes lógicas son representantes de alguna entidad? Sí; Frege y Russell lo pensaban. El porqué se entenderá enseguida con un ejemplo. Tómese la proposición «Llueve o no llueve» («p v ~p»). Esta proposición es siempre (necesariamente) verdadera y eso quiere decir que su verdad no tiene que ver con la proposición particular «Llueve», pues si la substituimos por «Nieva», «Es de día» o «París es la capital de Turquía» siempre obtenemos una proposición verdadera. Esto no es más que una manera de decir que el contenido descriptivo de «p» en «p v ~p» es totalmente irrelevante. Parece entonces que la verdad de «p v ~p» tendría que ser una consecuencia del significado, de *aquello por lo que están* las constantes lógicas «~» «v» en esta combinación particular. Pues, si el contenido de «p» no tiene influencia alguna en la verdad o falsedad de la proposición compuesta, tendrá que tenerlo el de las constantes lógicas. Naturalmente, esto no quiere decir que Frege y Russell pensasen que las constantes lógicas eran representantes de alguna entidad física; lo importante no es el tipo de entidad por la que hacían las veces, *sino el que las concebían como haciendo las veces de alguna entidad.* La posición de Wittgenstein es, sin embargo, ésta: la diferencia entre las proposiciones empíricas y las lógicas reside en que mientras que la posibilidad de las primeras se basa en que constan de nombres que son representantes de objetos, las segundas funcionan de acuerdo con un mecanismo totalmente diferente que no está basado en elementos representando objetos sean éstos del tipo que sean: las constantes lógicas no son representantes de nada. Por eso «Llueve o no llueve» no es necesariamente verdadera porque en el mundo se den siempre un conjunto de hechos que la hacen verdadera —los hechos que hacen verdaderas a las proposiciones son necesariamente contingentes—, sino justamente porque tal proposición no *representa* nada, ni siquiera sus constantes lógicas lo hacen.

4.032 Una proposición es una figura de una situación sólo en la medida en que está lógicamente organizada.

(Incluso la proposición «Ambulo» es compuesta, pues su raíz con otra terminación, y su terminación con otra raíz, dan como resultado otro sentido.)

4.04 En una proposición tiene que poder distinguirse exactamente lo mismo que en la situación que representa.

Ambas tienen que poseer la misma multiplicidad lógica (matemática). (Véase la «Mecánica» de Hertz sobre modelos dinámicos.)

▼ Que una proposición y la situación posible que representa tengan la misma multiplicidad lógica parece una manera alternativa de decir que una proposición y la situación que representa han de compartir la misma forma lógica.

▼ *Die Prinzipien der Mechanik in neuen Zusammenhänge dargestellt. Mit einen Vorworte von Hermann von Helmholtz.* Johann Ambrosious Barth (Arthur Meiner), Leipzig, 1894. Heinrich Rudolf Hertz (1857-1894), profesor de Física en las universidades de Bonn y Karlsruhe fue el descubridor de la existencia de las ondas de radio, descubrimiento confirmado más tarde por la teoría electromagnética de Maxwell. Cuenta McGuiness en su biografía de Wittgenstein que éste solía repetir con frecuencia la siguiente cita de Hertz: «Toda la tarea de la filosofía consiste en dar una forma tal a nuestra expresión que ciertas inquietudes (o problemas) desaparezcan.»

4.041 Naturalmente, esta multiplicidad matemática no puede, ella misma, ser figurada de nuevo. Al figurar no se puede salir fuera de ella.

4.0411 Si, por ejemplo, quisiéramos expresar lo que expresamos por «(x). fx» colocando un índice delante de «fx» —algo así como «*Gen.* fx»— tal procedimiento no sería suficiente: no sabríamos qué es lo que se había generalizado. Si lo quisiéramos señalar con un sufijo «$_g$» —algo así como «$f(x_g)$» tampoco sería suficiente: no sabríamos el alcance del signo de generalidad.

Si quisiésemos probar introduciendo una señal en los lugares de argumento —algo así como:

«(G, G). F (G, G)»

—, el procedimiento no sería suficiente: no podríamos establecer la identidad de las variables. Y así sucesivamente.

Todos esos modos de significación no son suficientes puesto que carecen de la necesaria multiplicidad matemática.

▼ En este párrafo Wittgenstein ensaya diversas notaciones alternativas a la notación para generalización «$(x)fx$» con el resultado de que ninguna de ellas logra la prespicuidad exigible. Así, imaginemos que se intenta expresar generalidad introduciendo el signo «Gen», de modo que tuviéramos «$Gen.fx$». El resultado sería que no podríamos discernir a partir de esta notación entre «$(x).fx$» y «$(f).fx$». Pero, si intentamos poner remedio a esta ambigüedad añadiéndole un sufijo a «x», el resultado tampoco sería satisfactorio: la notación «$f(x_g)$» dejaría indeterminado si lo que se quiere decir con, por ejemplo «$\phi x_g \vee \psi x_g$» es «$(x).\ \phi x \vee (x).\ \psi x$» o «$(x).\ \phi x \vee \psi x$», y así sucesivamente [véase Anscombe (1969), pp. 139-140].

4.0412 Por la misma razón, no es suficiente la explicación idealista de la visión de las relaciones espaciales a través de «gafas espaciales», pues no pueden explicar la multiplicidad de esas relaciones.

▼ Black [Black (1964), p. 177] sugiere que Wittgenstein está haciendo referencia aquí a Meinong o Husserl y cita parte del siguiente párrafo de Russell en «The Philosophical Importance of Mathematical Logic» (1911): «Las categorías de Kant son las gafas coloreadas de la mente; las verdades *a priori* son las falsas apariencias producidas por tales gafas. Además, tenemos que saber que todo el mundo tiene gafas de la misma clase y que el color de las gafas no cambia nunca. Kant no se dignó a decirnos como sabía que esto era así.»

4.05 La realidad se compara con las proposiciones.

4.06 Una proposición puede ser verdadera o falsa sólo en tanto que es una figura de la realidad.

▼ Pues una proposición es un tipo de figura y su sentido representa un hecho posible, esto es, representa lo que representa de manera independiente de lo que es el caso. Una proposición es verdadera o falsa puesto que tiene sentido. No tener esto en cuenta nos induce a pensar que «verdadero» y «falso» son dos modos de significación entre muchos otros, como si hubiera un modo de significación verdadero y otro falso (4.061).

4.061 Si no se tiene en cuenta que una proposición tiene un sentido independiente de los hechos, uno puede llegar a creer fácilmente que verdadero y falso son relaciones con iguales derechos entre los signos y lo que éstos signufican.

Se podría decir entonces que, por ejemplo, «*p*» significa en el modo verdadero lo que «~*p*» significa en el modo falso, etc.

4.062 ¿No puede uno hacerse entender con proposiciones falsas como lo ha hecho hasta ahora con verdaderas? Sólo en la medida en que se sepa siempre que se las quiere decir como falsas. ¡No! Pues una proposición es verdadera cuando las cosas están como mediante ella se dice que están; y si queremos decir ~*p* mediante «*p*» y las cosas están tal como queremos decir que están, entonces, en esta nueva manera de ver las cosas, «*p*» es verdadera y no falsa.

4.0621 Pero es importante que los signos «*p*» y «~*p*» *puedan* decir lo mismo. Pues esto muestra que al signo «~» no le corresponde nada en la realidad.

El que en una proposición aparezca la negación no es todavía una marca característica de su sentido (~ ~*p* = *p*).

Las proposiciones «*p*» y «~*p*» tienen sentido opuesto, pero les corresponde una y la misma realidad.

▼ Es éste un párrafo importante que sirve de apoyo a la tesis anteriormente comentada de que las constantes lógicas no funcionan como los nombres, no son representantes de nada (4.0312). Recuérdese que una proposición es un signo propo-

sicional empleado como proyección de una situación posible y que entender una proposición es algo diferente de saber que es verdadera: uno entiende una proposición simplemente cuando sabe lo que es el caso *si* es verdadera, no cuando sabe *si* es verdadera. Ahora bien, es obvio que uno entiende también una proposición cuando sabe lo que es el caso si es falsa. Pues consideremos la proposición «Llueve»; si entender esa proposición es saber lo que sería el caso para que su sentido estuviera de acuerdo con la realidad —saber en qué consiste una ocurrencia de lluvia en las coordenadas espacio temporales de la aplicación de este signo proposicional— uno tiene *eo ipso* que saber lo que sería el caso si su sentido no estuviera de acuerdo con la realidad —tiene que saber en qué consiste que no se dé una ocurrencia de lluvia en las coordenadas espacio temporales de la aplicación de este signo proposicional—. ¡Naturalmente que hay diferencia entre «Llueve» y «No llueve»! Lo importante, sin embargo, es ver dónde reside la diferencia. La tentación es pensar que la diferencia es, por así decirlo, fáctica: «Llueve» está conectado con el hecho de la ocurrencia de lluvia del mismo modo que «No llueve» está conectado con un hecho de no-ocurrencia de lluvia. Pero enseguida vemos que hay dificultades notables en este enfoque pues ¿en qué consiste el hecho de una no-ocurrencia de lluvia? ¿En que hace sol? ¿En que nieva? ¿En que graniza?... Es evidente que todos esos casos y muchos otros pueden catalogarse como no-ocurrencias de lluvia, pero no hay ninguna situación particular que corresponda a una no-ocurrencia de lluvia y que esté ligada con «No llueve» como una ocurrencia de lluvia está ligada con «Llueve». La posición de Wittgenstein es que «No llueve» no contiene ningún signo que sea representante de un objeto del que carece «Llueve»; «No llueve» no es una proposición que asevere una relación objetiva nueva —las conectivas lógicas no son representantes de nada y, por tanto, no pueden meter en danza nuevos objetos—, sino que la función del signo de negación es, si se me permite la expresión, poner patas arriba a la proposición a la que se aplica, invertirla. «Llueve» y «No llueve» tienen sentidos diferentes —sentidos opuestos, dice Wittgenstein—, pero esto lo que quiere decir es que la diferencia entre ambas no es un asunto de contenido pues a las dos les corresponde una y la misma realidad. Además, si la diferencia entre «p» y «$\sim p$» fuera un asunto de contenido ¿cómo explicar que «$\sim \sim p = p$»? Pues «$\sim p$» tendría un contenido distinto de «p» y «$\sim \sim p$», un contenido distinto tanto de «p» como de «$\sim p$» y, sin embargo, «$\sim \sim p = p$». Pero si «$\sim$» tiene la función de darle la vuelta a la proposición a la que se antepone, el resultado de anteponer «$\sim$» a «p» es la inversión de «p», del mismo modo que anteponer «$\sim$» a «$\sim p$» resulta en la inversión de «$\sim p$», esto es: «p». Del mismo modo, cuando tenemos algo que se ha puesto patas arriba el resultado de invertir esa postura es la vuelta a la posición original.

4.063 He aquí una imagen para explicar el concepto de verdad: pensemos en una mancha negra sobre papel blanco; la forma de la mancha puede describirse indicando, para cada punto de la superficie del papel, si éste es blanco o negro. Al hecho de que un punto sea negro le corresponde un hecho

positivo, al de que un punto sea blanco (no negro) un hecho negativo. Si indico un punto de la superficie del papel (un valor de verdad fregeano), esto corresponde entonces a la suposición que se propone para ser enjuiciada, etc., etc.

Pero para poder decir que un punto es blanco o negro, tengo que saber por lo pronto cuándo a un punto se le llama negro y cuándo blanco; para poder decir «*p*» es verdadera (o falsa), tengo que haber determinado bajo qué circunstancias llamo verdadera a «*p*»; y, con ello, determino el sentido de la proposición.

Ahora bien, el punto en el que hace agua el símil es éste: podemos señalar un punto en el papel incluso si no sabemos qué es blanco y qué negro; pero a una proposición que no tenga sentido no le corresponde absolutamente nada, pues no designa cosa alguna (valor de verdad) cuyas propiedades puedan llamarse eventualmente «falso» o «verdadero». El verbo de una proposición no es «es verdadero» o «es falso» —como Frege pensaba— ; más bien aquello que «es verdadero» tiene ya que contener el verbo.

▼ Frege critica en su *Conteptografía* la distinción tradicional entre sujeto y predicado. Pues dos enunciados como «Los griegos derrotaron a los persas en Platea» y «Los persas fueron derrotados por los griegos en Platea» poseen idénticos poderes inferenciales mientras que sus sujetos y predicados son distintos. Frege saca la consecuencia de que, aunque la distinción entre sujeto y predicado tiene relevancia gramatical, no tiene peso lógico alguno: sujetos y predicados gramaticales no tienen por qué coincidir con sujetos y predicados lógicos (una idea, dicho sea de paso, que es paralela a la distinción wittgensteiniana entre signo y símbolo). Sin embargo, Frege reintrodujo de algún modo la distinción criticada al afirmar, también en la *Conceptografía*, que el signo de aserción «⊢» (véase 4.442) era el *predicado común* de todos los jucios. Pues tómese la proposición «Polos magnéticos de distintos signo se atraen»; Frege distingue en ella entre un contenido enjuiciable —esto es: un posible contenido de un juicio— y la aserción de ese contenido. En el signo anterior distingue entre dos trazos: el horizontal «—», que es la marca de que lo que sigue es un contenido enjuiciable «—polos magnéticos de distinto signo se atraen», y que puede parafrasearse en lenguaje ordinario como «la circunstancia de que los polos magnéticos de distinto signo se atraen», y el vertical «|», que indica que tal conte-

nido se asevera. (Téngase en cuenta que en las proposiciones compuestas como, por ejemplo, «*p* v *q*» «*p*» y «*q*» son meros contenidos enjuiciables y lo que se asevera es su composición disyuntiva, pero no cada uno de los disyuntos por separado.) De este modo, anteponer « | » a lo que Frege denomina «contenido enjuiciable», «la circunstancia de que los polos magnéticos de distinto signo se atraen», lo convierte en «La circunstancia de que los polos magnéticos de distintos signo se atraen *es un hecho*». Con ello, Frege restauraba lo que podemos llamar la «marca de la proposicionalidad» tradicionalmente atribuida al predicado, que había sido abolida de los contenidos enjuiciables (pues la expresión «la circunstancia de que los polos magnéticos de distinto signo se atraen» no tiene siquiera la forma gramatical de una proposición) y, a la vez, explicaba cómo en una proposición aseverada se expresaba reconocimiento de que su referencia era lo verdadero. La posición de Wittgenstein es que Frege está totalmente descaminado en este punto: el signo de aserción no puede conferir proposicionalidad a algo que no la tenga ya pues «es verdadero» (o «es un hecho») tiene que predicarse *de lo que es ya* una proposición. Así, «la circunstancia de que los polos magnéticos de distinto signo se atraen» no admite simplemente tal predicado porque no representa ninguna situación posible, no tiene todavía un sentido. Y Wittgenstein concluye en 4.064 que si una proposición no tiene sentido —no presenta una situación posible— la afirmación no puede dárselo; pues lo que ella hace es afirmar un sentido y, si no hay todavía sentido, no estamos entonces ante una proposición.

4.064 Toda proposición tiene que tener *ya* un sentido; la afirmación no puede dárselo, puesto que es precisamente ella la que afirma el sentido. Y lo mismo vale de la negación, etc.

4.0641 Se podría decir: la negación está relacionada ya con el lugar lógico que determina la proposición negada.

La proposición que niega determina un lugar lógico *diferente* del que determina la negada.

La proposición que niega determina un lugar lógico con ayuda del lugar lógico de la proposición negada, al describir que aquél se encuentra fuera de éste.

Que se pueda negar de nuevo la proposición negada es algo que muestra que lo que es negado es ya una proposición y no meramente la preparación para una proposición.

4.1 Las proposiciones representan la existencia o no existencia de estados de cosas.

▼ Pues una proposición representa su sentido, un estado de cosas posible. En tanto que figura (2.11), la proposición representa una situación en el espacio lógico, la existencia y no existencia de estados de cosas; de hecho, una proposición es una figura de la realidad pues la realidad es la existencia y no existencia de estados de cosas (2.06).

4.11 La totalidad de las proposiciones verdaderas es la ciencia natural al completo (o la totalidad de las ciencias naturales).

▼ Ésta es probablemente una afirmación demasiado esquemática. Black [Black (1964), p. 186] señala que, aunque la ciencia pueda incluir muchas más cosas que un mero conjunto de verdades contingentes, Wittgenstein sólo parece estar intentando establecer aquí una distinción rápida entre la *filosofía* y lo que puede *decirse* (véase 6.53, más adelante). Por otra parte, Popper ha planteado dos quejas importantes: tal caracterización de la ciencia excluye de ella las hipótesis puesto que no podemos saber nunca de una hipótesis si es o no conclusivamente verdadera; en segundo lugar, 4.11 no sería una proposición de la ciencia sino una proposición de «segundo orden»; ¿cómo puede ser entonces verdadera esta proposición si la totalidad de las proposiciones verdaderas es la ciencia natural? Aunque en este último punto la queja de Popper pueda ser razonable, debe recordarse que Wittgenstein defendía que las proposiciones filosóficas eran «elucidaciones» y que, por tanto, no eran verdaderas o falsas. De hecho, 4.111 sólo intenta enunciar que la filosofía no es ninguna de las ciencias naturales.

4.111 La filosofía no es ninguna de las ciencias naturales.

(La palabra «filosofía» tiene que significar algo que esté por encima o por debajo de las ciencias naturales, pero no a su mismo nivel.)

▼ Wittgenstein insiste una y otra vez en que ni por su objeto, ni por su método ni por sus resultados, la filosofía y la ciencia pueden equipararse. Siguiendo la inspiración de Schopenhauer y Hertz, el *Tractatus* establece una nítida división entre estos dos ámbitos que no tiene precedentes en la obra de Frege o de Russell. Por ejemplo, Frege no hizo demasiadas proclamas substantivas sobre la naturaleza de la filosofía —hemos de leer su concepción, como afirma Michael Dummett, en su práctica— pero parece obvio que en su tratamiento filosófico de la lógica y de la

matemática subyace la idea de que estamos ante una ciencia cuyos objetos son objetos abstractos. Russell, a pesar de sus frecuentes cambios de opinión filosófica, mantuvo siempre que la filosofía debía conducirse de acuerdo con el método científico compartiendo metodología y tareas con la ciencia natural.

4.112 El objetivo de la filosofía es la clarificación lógica de los pensamientos.

La filosofía no es una teoría, sino una actividad.

Una obra filosófica consta esencialmente de elucidaciones.

El resultado de la filosofía no son «proposiciones filosóficas» sino la clarificación de las proposiciones.

La filosofía debe clarificar y delimitar de manera nítida los pensamientos que, de otro modo, se presentan, por así decirlo, turbios y envueltos en brumas.

▼ Uno de los resultados de la actividad filosófica es la clarificación de proposiciones no estrictamente filosóficas. La idea de Wittgenstein es que la lógica ha de servir para expresar de manera perspicua lo que el lenguaje ordinario deja muchas veces entre brumas. Ciertamente las proposiciones filosóficas pertenecen al reino de lo que no puede decirse, pero, al eliminar los obstáculos que generan las malas comprensiones, la filosofía nos permite darnos cuenta de lo que sólo puede mostrarse: «Dará a entender lo indecible al presentar claramente lo decible» (4.115).

4.1121 La psicología no está emparentada en mayor medida con la filosofía de lo que lo está cualquier otra ciencia natural.

La teoría del conocimiento es la filosofía de la psicología.

¿No corresponde mi estudio del lenguaje de signos al estudio de los procesos de pensamiento que los filósofos tenían por asunto tan esencial para la filosofía de la lógica? Sólo que la mayor parte de las veces se enredaban en investigaciones psicológicas no esenciales y hay un peligro análogo en el caso de mi método.

▼ Frege consideraba como tarea prioritaria el erradicar el psicologismo de la filosofía de la lógica y de la matemática; «es importante para nosotros —repetía una y otra vez— el que podamos captar pensamientos y reconocerlos como verdaderos; cómo sucede esto es una cuestión completamente independiente». Prueba de su éxito en este campo es que cuando Wittgenstein escribió el *Tractatus* el antipsicologismo se daba por sentado en filosofía de la lógica. Pero, como señala Hacker [Hacker (1996), *Wittgenstein's Place in Twenthieth-Century Philosophy*, Blackwell, Oxford, p. 25], esto tuvo como consecuencia el que cuestiones filosóficas fundamentales que tienen que ver con las relaciones conceptuales entre significado, comprensión y explicación quedaran eliminadas de golpe; de este modo el querer decir algo mediante una expresión se interpretó como una especie de misterioso acto mental que conectaba nombres con objetos o signos proposicionales con estados de cosas. Wittgenstein criticará esta mitología del significado en las *Investigaciones filosóficas*.

4.1122 La teoría darwinista no tiene más que ver con la filosofía que cualquier otra hipótesis de la ciencia natural.

▼ Charles Robert Darwin (1809-1882), naturalista británico cuyas tesis acerca del origen, selección y desarrollo de las especies —conocidas bajo el título general de «Teoría de la evolución»— revolucionaron la ciencia, la filosofía y la teología en el siglo XIX. Su obra principal, *On the Origin of Species by Means of Natural Selection*, apareció en 1859.

4.113 La filosofía establece límites a la controvertida región de la ciencia natural.

4.114 Debe establecer límites a lo pensable y, con ello, a lo impensable.

Desde dentro y a través de lo pensable, debe establecer límites a lo impensable.

4.115 Dará a entender lo indecible al representar claramente lo decible.

4.116 Todo lo que, en suma, puede pensarse, puede pensarse claramente. Todo lo que puede formularse en palabras, puede formularse claramente.

4.12 Las proposiciones pueden representar toda la realidad, pero no pueden representar lo que tienen en común con la realidad para poder representarla: la forma lógica.

Para poder representar la forma lógica nosotros mismos tendríamos que poder colocarnos con las proposiciones fuera de la lógica, esto es: fuera del mundo.

▼ Pues, concedamos por mor del argumento que tuviésemos una proposición que representase la forma lógica. A su vez, las proposiciones sólo pueden representar algo en virtud de su forma lógica, esto es: en virtud de la comunidad de forma con aquello de lo que son figuras. Ahora bien, lo que tal proposición tendría que tener en común con lo que presumiblemente figurase habría de ser, por así decirlo, la forma lógica de la forma lógica; pero el signo proposicional con el que representaríamos la forma lógica es un hecho que, como tal, también tiene forma lógica, pero al que le exigimos que tenga algo que un hecho no puede tener, a saber: la forma lógica de la forma lógica. Para que esto sucediera, nuestro signo proposicional tendría que tener la forma de algo que no es un hecho —la forma de la forma lógica—; y esto quería decir que no sería un hecho, no formaría parte del mundo; *a fortiori*, no podría haber tal proposición que representase la forma lógica (4.121).

4.121 Las proposiciones no pueden representar la forma lógica: ésta se refleja en ellas.

Lo que *se* refleja en el lenguaje, no puede ser representado por él.

Lo que *por sí mismo* se expresa en el lenguaje, *nosotros* no podemos expresarlo por medio de él.

Las proposiciones *muestran* la forma lógica de la realidad.

La exhiben.

4.1211 De este modo, una proposición «*fa*» muestra que en su sentido ocurre el objeto «*a*», dos proposiciones «*fa*» y «*ga*» que ambas son sobre el mismo objeto.

Si dos proposiciones se contradicen entre sí, su estructura lo muestra; lo mismo cuando una se sigue de otra, etc.

4.1212 Lo que *puede* mostrarse no *puede* decirse.

4.1213 Ahora comprendemos también nuestra sensación de que sólo estamos en posesión de una concepción lógica correcta una vez que todo va bien en nuestro lenguaje de signos.

4.122 En cierto sentido, podemos hablar de propiedades formales de los objetos y de los estados de cosas o, respectivamente, de propiedades estructurales de los hechos y, en el mismo sentido, de relaciones formales y de relaciones estructurales.

(En lugar de «propiedad estructural» digo también «propiedad interna»; en lugar de «relación estructural», «relación interna».)

Introduzco estas expresiones para mostrar la fuente de la que surge la confusión, muy ampliamente extendida entre los filósofos, entre relaciones internas y relaciones propiamente dichas (externas).

Sin embargo, la existencia de tales propiedades y relaciones internas no se puede aseverar por medio de proposiciones, sino que se muestra en las proposiciones que representan esos estados de cosas y tratan de esos objetos.

▼ «Propiedad formal» es una expresión que en el *Tractatus* es prácticamente equivalente a «propiedad interna». Una propiedad (o relación) es formal cuando es impensable que su(s) objeto(s) no la posea(n) (4.126). De este modo, no es pensable, por ejemplo, que dos muestras del color azul no mantengan entre sí la relación de más claro a más obscuro. En general, una propiedad formal no puede expresarse por medio de un término general, sino que se muestra por la aplicación del signo en cuestión. Así, expresiones como «"Nieva" es una proposición», «2 es un número», «*a* es un objeto», «"está encima de" es una expresión para relación», etc., serían sinsentidos. La idea que se quiere expresar aquí es que, por ejemplo, el signo proposicional «Nieva» usado como proyección de una situación posible, muestra él mismo que es una proposición, del mismo modo que los signos proposicionales que contienen el signo «2» muestran que se trata de un número, y así sucesivamente (4.26). Pero intentar decir esto es caer de bruces en los problemas a los que aludíamos en la nota anterior.

4.1221 A una propiedad interna de un hecho podemos llamarla también un rasgo de ese hecho. (En el sentido en que, por ejemplo, hablamos de rasgos faciales.)

4.123 Una propiedad es interna cuando es impensable que su objeto no la posea.

(Este color azul y ése están *eo ipso* en la relación interna de más claro a más obscuro. Es impensable que *esos* dos objetos no estén en esa relación.)

(Le corresponde aquí al uso oscilante de las palabras «propiedad» y «relación» el uso oscilante de la palabra «objeto».)

4.124 La existencia de una propiedad interna de una situación posible no se expresa por medio de una proposición, sino que se expresa por sí misma en la proposición que representa tal situación por medio de una propiedad interna de esa proposición.

Sería un sinsentido tanto el atribuirle a una proposición una propiedad formal como el negársela.

4.1241 Las formas no pueden distinguirse unas de otras diciendo que una tiene esta propiedad pero la otra tiene aquélla; esto presupone ciertamente que tiene algún sentido enunciar ambas propiedades de ambas formas.

4.125 La existencia de una relación interna entre situaciones posibles se expresa lingüísticamente a través de una relación interna entre las proposiciones que las representan.

4.1251 Aquí se solventa la debatida cuestión de «si todas las relaciones son internas o externas».

▼ ¿Cómo se solventa esta cuestión? He aquí la sugerencia de Black [Black (1964), p. 198]; las relaciones internas y las relaciones externas pertenecen a dos géneros que son esencialmente distintos. La confusión tiene el origen siguiente: al preguntar si todas las relaciones son externas o internas se presupone que tanto «internas» como «externas» están al mismo nivel, ambas son especies distintas de un mismo género; pero esto no es así. Nos damos cuenta del despropósito si pensamos en lo siguiente: preguntar si todas las relaciones son internas o externas sería algo parecido a preguntar si hemos de considerar el nombre de una persona como una de sus propiedades (medir tales y tales centímetros, tener los ojos marrones o ser filósofo). Del mismo modo que el nombre y las propiedades de una persona no pertenecen a especies de un mismo género, tampoco lo hacen las relaciones externas e internas.

4.1252 Llamo serie de formas a la serie que está ordenada por relaciones *internas*.

La serie de los números no está ordenada por una relación externa, sino por una relación interna.

Del mismo modo, la serie de proposiciones

«aRb»
«$(\exists x)$: $aRx.\ xRb$»
«$(\exists x, y)$: $aRx.\ xRy.\ yRb$»

y así sucesivamente.

(Si b está en una de esas relaciones con a, entonces digo que b es un sucesor de a.)

4.126 En el sentido en que hablamos de propiedades formales, podemos también hablar ahora de conceptos formales.

(Introduzco esta expresión para poner en claro la fuente de la que surge la confusión entre los conceptos formales y los conceptos propiamente dichos, confusión que recorre de arriba abajo toda la vieja lógica.)

El que algo caiga bajo un concepto formal como objeto suyo no puede expresarse por medio de una proposición. Al contrario, esto se muestra en el propio signo de tal objeto. (Un

nombre muestra que significa un objeto, un signo de un número que significa un número, etc.)

Los conceptos formales no pueden representarse, como los conceptos propiamente dichos, mediante una función.

Pues sus marcas características, las propiedades formales, no pueden expresarse por medio de funciones.

La expresión de una propiedad formal es un rasgo de ciertos símbolos.

El signo de la marca característica de un concepto formal es también un rasgo característico de todos los símbolos cuyos significados caen bajo el concepto.

La expresión de un concepto formal es, por tanto, una variable proposicional en la que sólo es constante ese rasgo característico.

▼ Black [Black (1964), p. 198] opina que la expresión «concepto formal» es equivalente a «propiedad formal» y que Wittgenstein la introduce aquí de manera superflua para aludir a las tesis de Frege sobre los conceptos —funciones monádicas cuyo valor es siempre un valor de verdad—. De hecho Frege había llegado a la conclusión [Anscombe (1959), p. 122] de que si algo es un concepto no podemos decir que es un concepto por la trivial razón de que una expresión para concepto es esencialmente predicativa y no puede aparecer como sujeto del predicado «es un concepto». De este modo, la observación de que «el que algo caiga bajo un concepto formal como objeto suyo no puede expresarse por medio de una proposición, al contrario: se muestra en el propio signo de tal objeto», sólo sería la lectura que Wittgenstein hace de la tesis fregeana. No obstante, en este mismo párrafo, como también reconoce Black, Wittgenstein distingue entre propiedades formales que son expresadas por un rasgo de ciertos símbolos, y conceptos formales que son expresados por variables proposicionales. Por otra parte, véase 3.313 para «variable proposicional». Véase también 4.1273 para un ejemplo de la expresión de un concepto formal mediante una variable.

4.127 Una variable proposicional significa un concepto formal y sus valores los objetos que caen bajo ese concepto.

4.1271 Toda variable es el signo de un concepto formal.

Pues toda variable representa una forma constante que todos sus valores poseen, y esto puede concebirse como una propiedad formal de esos valores.

4.1272 Así, el nombre variable «x» es el signo propiamente dicho del pseudoconcepto *objeto*.

Siempre que la palabra «objeto» («cosa», etc.) se usa correctamente, se expresa en las notaciones conceptuales mediante un nombre variable.

Por ejemplo, en la proposición «Hay 2 objetos tales que...», mediante «$(\exists x,y)$...».

Dondequiera que se use de otra manera, a saber: como una palabra para concepto propiamente dicho, resultan pseudoproposiciones que son sinsentidos.

De este modo, uno no puede decir, por ejemplo, «Hay objetos» del modo en que podría decir «Hay libros». Ni tampoco «Hay 100 objetos», o «Hay $\aleph_0$ objetos».

Y es un sinsentido hablar del *número de todos los objetos*.

Lo mismo vale para las palabras «complejo», «hecho», «función», «número», etc.

Todas ellas significan conceptos formales y se representan en una notación conceptual mediante variables, no mediante funciones o clases. (Como creían Frege y Russell.)

Expresiones como «1 es un número», «Hay sólo un cero» y todas las similares a éstas son sinsentidos.

(Decir «Hay sólo un 1» es un sinsentido en la misma medida en que lo sería decir «2+2 a las 3 de la tarde es igual a 4».)

▼ «Pseudoconcepto» significa aquí «concepto formal».

Las pseudoproposiciones a las que se alude son resultado de usar signos para conceptos propiamente dichos intentando decir algo sobre conceptos formales.

4.12721 Un concepto formal está ya dado en cuanto se da un objeto que cae bajo él. Por consiguiente, no se pueden introducir objetos de un concepto formal *y* el propio concepto formal como conceptos primitivos. No se puede, por ejemplo, introducir (como hace Russell) el concepto de función y también funciones especiales como conceptos primitivos; o el concepto de número y números determinados.

▼ Pues un concepto formal se define explicando el uso de una variable que, a su vez, exige la especificación de los posibles valores de la variable. Black señala que Wittgenstein parece estar objetando a Russell (*Principia Mathematica* *I) el que dé definiciones independientes de número cardinal y de los números cardinales particulares.

4.1273 Si queremos expresar en notación conceptual la proposición general «*b* es un sucesor de *a*» necesitamos para ello una expresión para el término general de la serie de formas

$$aRb,$$
$$(\exists x): aRx.\ xRb,$$
$$(\exists x,y): aRx.\ xRy.\ yRb,$$
$$\ldots$$

El término general de una serie de formas sólo puede expresarse mediante una variable, pues el concepto «término de esta serie de formas» es un concepto *formal*. (Esto lo pasaron por alto tanto Frege como Russell: el modo y manera en que ambos quieren expresar proposiciones generales como las anteriores es incorrecto; contiene un círculo vicioso.)

Podemos determinar el término general de una serie de formas indicando su primer término y la forma general de la operación que da como resultado el miembro siguiente a partir de la proposición precedente.

▼ Anscombe hace notar [Anscombe (1959), p. 128] que Wittgenstein apunta aquí al círculo vicioso en que se ve envuelto Russell en los *Principia* al definir la relación «ser un ancestro de». Por otra parte, para la importante noción de operación véanse 5.21-5.24.

4.1274 La pregunta por la existencia de un concepto formal es un sinsentido. Pues ninguna proposición puede responder a tal pregunta.

(Por ejemplo, no se puede preguntar «¿Hay proposiciones inanalizables de sujeto-predicado?»)

4.128 Las formas lógicas *carecen de* número.

Por ello no hay números en la lógica que tengan preeminencia sobre otros y, por ello tampoco hay monismo o dualismo filosóficos, etc.

▼ Black señala [Black (1964), p. 206] que en un universo que contuviera sólo un conjunto finito de objetos y un conjunto finito de sus combinaciones sería posible en principio contar las formas lógicas; probablemente lo que Wittgenstein quiere decir es que «es una forma lógica» es un concepto formal —no un predicado genuino— a pesar de que comparta una similitud superficial con un predicado propiamente dicho como «es un libro».

4.2 El sentido de una proposición es su acuerdo y desacuerdo con las posibilidades de existencia y no existencia de estados de cosas.

▼ Recuérdese que una proposición es un signo proposicional usado como proyección de una situación (estado de cosas) posible. De este modo, el sentido de una proposición es el conjunto de posibles estados de cosas que proyectamos en el signo proposicional. Dicho de otra manera: es su acuerdo y desacuerdo con las posibilidades de existencia y no existencia de estados de cosas.

4.21 La proposición más simple, la proposición elemental, asevera la existencia de un estado de cosas.

▼ Del mismo modo que la introducción de los signos simples completaba la explicación de la relación figurativa, la introducción de las proposiciones elementales completa la explicación de la forma figurativa [véase Fogelin (1995), p. 35]. La existencia de proposiciones elementales se insinuaba ya al hablar de «proposiciones completamente analizadas» en las que sus componentes eran nombres; ahora se nos dice que las proposiciones elementales son el tipo más simple de proposición (esto es: no se pueden analizar adicionalmente en otras proposiciones) y en 4.221 se hace explícita su conexión con las proposiciones completamente analizadas. Por otra parte, si el sentido de una proposición es su acuerdo y desacuerdo con las posibilidades de existencia y no existencia de estados de cosas (4.2), esto quiere decir que las condiciones de verdad de la proposición se establecen en última instancia a través de los estados de cosas. Son precisamente las proposiciones elementales las encargadas de realizar esta función en el caso del lenguaje pues ellas son el vehículo del sentido de la proposición.

4.211 Es un signo de que una proposición es elemental el que ninguna proposición elemental pueda estar en contradicción con ella.

▼ Véanse 2.061 y 2.062 para la independencia mutua de los estados de cosas. Nótese, en primer lugar, que Wittgenstein no dice que no puede haber ninguna proposición que sea la contradictoria de una proposición elemental, sino que no puede haber ninguna proposición *elemental* que sea la contradictoria de una proposición elemental. La proposición elemental «*p*» tiene una contradictoria, «no-*p*», pero esto lo que quiere decir es que «no-*p*» no es una proposición elemental. En segundo lugar, ¿cuál es el argumento que lleva directamente a la afirmación de 4.211? En el *Tractatus* Wittgenstein no ofrece nada de este tipo, pero se podría pensar en algo en las líneas siguientes. Tomemos las proposiciones «*a* es blanco en toda su extensión en un determinado tiempo *t*» y «*a* es negro en toda su extensión en ese mismo tiempo *t*». Estas dos proposiciones son contradictorias puesto que si la primera es verdadera, la segunda tiene que ser falsa, y viceversa. Ahora bien, si las traducimos al simbolismo como «*p*» y «*q*» no captamos de forma inmediata (por el símbolo sólo) que sean contradictorias; pero lo que esto querría decir es que «*p*» y «*q*» tienen que poder ser analizables (quizás en términos de la física de los colores) de tal modo que una de ellas contenga un predicado *L* (*a* tiene determinada longitud de onda *L* en *t*) y la otra un predicado no-*L* (*a* no tiene la longitud de onda *L* en *t*) y que el resultado del análisis sea que *L* y no-*L* se afirman a la vez de *a*. Naturalmente, una de ellas no podría ser una proposición elemental. Pero véase también más adelante 6.3751.

4.22 Una proposición elemental consta de nombres. Es una trabazón, una concatenación, de nombres.

▼ Del mismo modo que los objetos se combinan entre sí, enganchados como los eslabones de una cadena (2.03) sin que haya nada en el mundo que constituya ese «enganche», los nombres se combinan también de forma inmediata en las proposiciones elementales sin que haya nada separado que esté por su combinación en el signo proposicional.

4.221 Resulta evidente que mediante el análisis de las proposiciones tenemos que llegar a proposiciones elementales que constan de nombres combinados de forma inmediata.

Surge aquí la cuestión de cómo llega a ser efectivo el entramado proposicional.

4.2211 Incluso si el mundo es infinitamente complejo de modo que todo hecho conste de infinitos estados de cosas y todo estado de cosas esté compuesto de infinitos objetos, aún tendría que haber objetos y estados de cosas.

4.23 Un nombre sólo ocurre en una proposición dentro de la trabazón de una proposición elemental.

▼ Véase 3.3. Téngase en cuenta que 4.23 se sigue de ella de manera natural si tomamos en serio la afirmación de que los nombres son representantes, o hacen las veces, de los objetos.

4.24 Los nombres son los símbolos simples; los indico mediante las letras individuales («x», «y», «z»).

Escribo las proposiciones elementales como función de los nombres de la forma siguiente: «fx», «$\phi(x,y)$», etc.

O las indico mediante las letras «p», «q», «r».

4.241 Cuando uso dos signos con uno y el mismo significado lo expreso colocando entre los dos el signo «=».

Por tanto «$a = b$» quiere decir: el signo «a» es reemplazable mediante el signo «b».

(Si introduzco a través de una ecuación un nuevo signo «b» determinando que debe reemplazar a un signo «a» ya conocido, escribo entonces la ecuación —definición— (como hace Russell) de la forma «$a = b$ Def.». Una definición es una regla de signos.)

4.242 Así pues, las expresiones de la forma «$a = b$» no son sino meros recursos auxiliares de la representación. No enuncian nada sobre el significado de los signos «a», «b».

4.243 ¿Podemos entender dos nombres sin saber si significan la misma cosa o dos cosas distintas? —¿Podemos entender una proposición en la que aparecen dos nombres sin saber si significan lo mismo o algo distinto?

Si, por ejemplo, conozco el significado de una palabra inglesa y de una palabra alemana que tiene igual significado que la primera, entonces es imposible que no sepa que ambas significan lo mismo; es imposible que no pueda traducir una cualquiera de ellas a la otra.

Expresiones como «$a = a$», o las derivadas de éstas, no son ni proposiciones elementales ni, por lo demás, signos con sentido. (Esto se mostrará más adelante.)

▼ Véanse 5.531 y ss. Pues si, como se ha visto, las ecuaciones expresan reglas de substituibilidad de signos, $a = a$ sería una regla para substituir «a» por sí misma, lo cual no sólo carece de sentido, sino que, como afirma Black, tampoco muestra nada.

4.25 Si una proposición elemental es verdadera, entonces el estado de cosas existe; si la proposición elemental es falsa, entonces el estado de cosas no existe.

4.26 Dadas todas las proposiciones elementales verdaderas, tenemos una descripción completa del mundo. El mundo queda descrito completamente una vez que se dan todas las proposiciones elementales con la indicación adicional de cuáles de ellas son verdaderas y cuáles falsas.

▼ Fogelin [Fogelin (1987), pp. 36 ss.] ve en este párrafo un avance de la tesis de que toda proposición es una función de verdad de proposiciones elementales, una observación que, a mi juicio, es altamente ilustrativa. Recordemos que las proposiciones representan la existencia y no existencia de estados de cosas (4.1) y que, alternativamente, representan una situación en el espacio lógico, la existencia y no existencia de estados de cosas (2.11). El problema es cómo es posible representar una situación en el espacio lógico. Pues supóngase que una proposición no elemental «*p*» representa una situación particular en la que se da una determinada serie de estados de cosas existentes E_1, E_2, E_3 y de estados de cosas no existentes E_4 y E_5. Aunque el contenido de «*p*» viene dado por el conjunto de proposiciones elementales verdaderas que representan los estados de cosas E_1, E_2, E_3, «*p*» también determina que aquellas proposiciones elementales que representan los estados de cosas E_4 y E_5 son falsas (de hecho, es posible derivar del conjunto de proposiciones elementales verdaderas el conjunto de las posibles). Ahora bien, si «*p*» constase sólo de la lista de las proposiciones elementales verdaderas, sería dudoso que una proposición representase una situación en el espacio lógico —tesis fundamental para la teoría de la figura— pues «*p*» diría qué estados de cosas se dan pero no diría nada sobre el resto del espacio lógico. La manera más natural de explicar esto es pensar en la estructura de «*p*» como una conjunción de todas las proposiciones elementales verdaderas y la negación de las falsas de modo que «*p*» será verdadera siempre que sean el caso todos los estados de cosas que ella dice que son el caso y falsa en caso contrario. Una manera alternativa de decir que «*p*» (cualquier proposición, como puede verse fácilmente) es una función de verdad de proposiciones elementales.

4.27 Con respecto a la existencia y no existencia de *n* estados de cosas hay

$$K_n = \sum_{\nu=0}^{n} \binom{n}{\nu}$$

posibilidades.

De todas las combinaciones de estados de cosas cualquiera de ellas puede existir y el resto no existir.

▼ La letra griega «Σ» es el sumatorio matemático cuyo índice va de 0 a n. La expresión entre paréntesis indica el número de posibilidades a elegir: ν de n. K_n es la función que designa el sumatorio y que tiene como valor 2^n. Por otra parte, dado que los estados de cosas son independientes (2.061), cualquier combinación de ellos puede existir independientemente del resto.

4.28 A estas combinaciones les corresponde el mismo número de posibilidades de verdad —y falsedad— de n proposiciones elementales.

4.3 Las posibilidades de verdad de las proposiciones elementales significan las posibilidades de existencia y no existencia de los estados de cosas.

4.31 Podemos representar las posibilidades de verdad mediante esquemas del tipo siguiente («*V*» significa «verdadero», «*F*», «falso»; las filas de letras «*V*» y «*F*» bajo la fila de proposiciones elementales significan, en un simbolismo fácilmente comprensible, sus posibilidades de verdad):

p	*q*	*r*
V	*V*	*V*
F	*V*	*V*
V	*F*	*V*
V	*V*	*F*
F	*F*	*V*
F	*V*	*F*
V	*F*	*F*
F	*F*	*F*

,

p	*q*
V	*V*
F	*V*
V	*F*
F	*F*

,

p
V
F

.

▼ Los tres esquemas siguientes agotan las posibilidades de verdad para tres, dos y una proposiciones elementales respectivamente.

4.4 La proposición es la expresión del acuerdo y del desacuerdo con las posibilidades de verdad de las proposiciones elementales.

4.41 Las posibilidades de verdad de las proposiciones elementales son las condiciones de verdad y falsedad de las proposiciones.

4.411 Es a primera vista probable que la introducción de proposiciones elementales sea fundamental para entender otros géneros de proposiciones.

Ciertamente, la comprensión de las proposiciones generales depende *de modo palpable* de la de las proposiciones elementales.

4.42 Con respecto al acuerdo y desacuerdo de una proposición con las posibilidades de verdad de n proposiciones elementales hay

$$\sum_{k=0}^{K_n} \binom{K_n}{k} = L_n$$

posibilidades.

▼ Aquí se realiza la misma operación que en 4.27 con K_n. Se trata ahora de calcular el número de conectivas lógicas de n proposiciones; L_n equivale entonces a 2^{2^n}.

4.43 Podemos expresar el acuerdo con las posibilidades de verdad coordinándolas con, por ejemplo, la inscripción «*V*» (verdadero) en el esquema.

La ausencia de esta inscripción significa desacuerdo.

▼ Una manera alternativa de representar las posibilidades de verdad de proposiciones elementales sería omitir el signo «*F*» en el caso de desacuerdo —como se hace de hecho en 4.442—.

4.431 La expresión del acuerdo y desacuerdo con las posibilidades de verdad de las proposiciones elementales expresa las condiciones de verdad de la proposición.

Una proposición es la expresión de sus condiciones de verdad.

(Por ello Frege tenía toda la razón al ponerlas por delante al abordar la explicación de los signos de su notación conceptual. El único reparo es que la explicación de Frege del concepto de verdad es errónea: si «lo verdadero» y «lo falso» fueran realmente objetos y fuesen los argumentos en ~*p*, etc., entonces, de acuerdo con el procedimiento de Frege para la determinación del sentido, el sentido de «~*p*» no quedaría determinado en modo alguno.)

▼ Anscombe (1959), p. 107, interpreta de este modo el reproche de Wittgenstein. Frege afirma que en su conceptografía toda proposición nombra un valor de verdad y tiene un sentido, y ese sentido es el pensamiento de que sus condiciones de verdad se cumplen. Ahora bien, ¿qué sucede en el caso de «~*p*»? Su sentido ha de ser también el pensamiento de que sus condiciones de verdad se cumplen; pero Frege dice sólo de «~*p*» que su referencia es un valor de verdad que es distinto del de «*p*», esto es: «~*p*» tiene el valor de verdad *V* unas veces y *F* otras. Siendo uno de los principios de Frege que al especificar una referencia no se especifica por ello un sentido, al especificar los valores de verdad de «~*p*» no se especifica su sentido y, por tanto, se sigue que el sentido de «~*p*» no estaría especificado de manera alguna.

4.44 El signo que resulta de la coordinación de la inscripción «*V*» con las posibilidades de verdad es un signo proposicional.

4.441 Es claro que al complejo de los signos «*V*» y «*F*» no le corresponde ningún objeto (o complejo de objetos), como tampoco a las líneas horizontales y verticales o a los paréntesis. — No hay «objetos lógicos».

Naturalmente, algo análogo vale para todos los signos que expresan lo mismo que los esquemas con las inscripciones «*V*» y «*F*».

4.442 Así, por ejemplo,

« p	q	
V	V	V
F	V	V
V	F	
F	F	V »

es un signo proposicional.

(La «barra del juicio» «$\vdash$» de Frege carece en absoluto de significado desde el punto de vista lógico; sólo indica en Frege (y en Russell) que estos autores mantienen como verdaderas las proposiciones designadas de este modo. «$\vdash$» no pertenece al compuesto proposicional en mayor medida que, por ejemplo, el número de la proposición. Es imposible que una proposición enuncie de ella misma que es verdadera.)

Si se establece de una vez por todas el orden secuencial de las posibilidades de verdad del esquema por medio de una regla combinatoria, entonces la última columna no habrá de ser sino una expresión de las condiciones de verdad. Si escribimos esta columna como una fila, el signo proposicional se convertirá en

«(VV-V) (p, q)»,

o más claramente:

«($VVFV$) (p, q)».

(El número de lugares que encierran los paréntesis de la izquierda está determinado por el número de términos que encierran los paréntesis de la derecha.)

▼ Normalmente las tablas de verdad para las conectivas lógicas se introducen en un curso elemental de lógica siguiendo el formato siguiente (utilizo como ejemplo la implicación material y respeto la forma de asignación veritativa que usa Wittgenstein):

p	q	$p \supset q$
V	V	V
F	V	V
V	F	F
F	F	V

De este modo las dos columnas de la izquierda agotan las posibilidades de verdad de las dos proposiciones «p» y «q» y la columna de la derecha da los valores de $p \supset q$. Es obvio que una vez determinadas las posibilidades de verdad en las columnas de la izquierda resultan diferentes combinaciones de valores en la columna de la derecha (16, en el caso de 2 proposiciones elementales; véase 4.42). Es esto en esencia lo que Wittgenstein quiere decir en 5 cuando afirma que una proposición es una función de verdad de proposiciones elementales. Pero Wittgenstein utiliza otro formato. En primer lugar, la tabla misma que aparece en 4.442 es un signo proposicional —de ahí que vaya entre comillas—. Por otra parte podemos estipular, dado que las posibilidades de verdad que aparecen en las dos columnas de la izquierda son siempre las mismas, que a partir de ahora sólo escribiremos la columna de la derecha que especifica los valores correspondientes dadas las asignaciones veritativas. Si en vez de escribirla verticalmente la representamos horizontalmente tendríamos

$$(VVFV)\ (p, q).$$

Esta maniobra no es meramente un juego con signos; Wittgenstein la considera como un aliado fundamental a la hora de apoyar lo que confiesa ser su tesis fundamental (4.0312): que las constantes lógicas no funcionan como representantes de nada y que no hay objetos lógicos. Fogelin [Fogelin (1995), p. 42] llama a este modo de proceder la «teoría de la desaparición de las constantes lógicas» y le atribuye un cierto sabor russelliano. En efecto, Russell ofrece una solución a los múltiples problemas que planteaban las descripciones definidas no denotativas como la tantas veces mencionada «el actual rey de Francia», presentando un análisis en el que la descripción definida *desaparece*. Pero si es posible prescindir de la descripción definida y substituirla por un análisis en el que están ausentes expresiones que funcionen supuestamente como términos singulares, se puede concluir que las descripciones son expresiones sólo aparentemente referenciales. Del mismo modo, si «$p \supset q$», donde parece que el signo «$\supset$» denota una relación, puede escribirse como «$(VVFV)\ (p, q)$», vemos que el que hayamos pensado que el signo «$\supset$» designa algo es una mera ilusión inducida por el sistema de signos usados, pues al complejo de signos «V» y «F» ya no creemos que le corresponda ningún objeto o combinación de objetos en mayor medida que, por ejemplo, a los paréntesis.

4.45 Para n proposiciones elementales hay L_n grupos posibles de condiciones de verdad.

Los grupos de condiciones de verdad que pertenecen a las posibilidades de verdad de un cierto

número de proposiciones elementales, pueden ordenarse en una serie.

▼ En 5.101 Wittgenstein ofrece un esquema de esta ordenación. En el extremo superior aparecen las proposiciones que son verdaderas para cualquier posibilidad veritativa de sus componentes; en el extremo inferior aparecen las proposiciones que son falsas para cualquier posibilidad veritativa.

4.46 Entre los posibles grupos de condiciones de verdad hay dos casos extremos.

En uno de los casos, la proposición es verdadera para todas las posibilidades de verdad de las proposiciones elementales. Decimos que las condiciones de verdad son *tautológicas*.

En el segundo caso, la proposición es falsa para todas las posibilidades de verdad: las condiciones de verdad son *contradictorias*.

En el primer caso llamamos a la proposición una tautología, en el segundo caso una contradicción.

▼ Usando la notación modificada de Wittgenstein es obvio que podemos tener signos proposicionales de este tipo «(*VVVV*) (*p*, *q*)» y «(*FFFF*) (*p*, *q*)» estipulando simplemente que en los paréntesis de la izquierda aparecen siempre letras «*V*» o letras «*F*» para cualesquiera posibilidades veritativas de las proposiciones elementales componentes, del mismo modo que habíamos estipulado «(*VVFV*) (*p*, *q*)». Es casi seguro que Wittgenstein fue el primero en utilizar el término «tautología» que se ha convertido en un vocablo de uso (y abuso) común.

4.461 Las proposiciones muestran lo que dicen; las tautologías y las contradicciones muestran que no dicen nada.

Una tautología no tiene condiciones de verdad, pues es incondicionalmente verdadera; y la contradicción no es verdadera bajo condición alguna.

Tautologías y contradicciones carecen de sentido.

(Como un punto del que parten dos flechas en direcciones opuestas.)

(Por ejemplo, no sé nada sobre el tiempo cuando sé que llueve o no llueve.)

▼ Respecto de la relación entre tautologías y contradicciones y la teoría figurativa del significado, Wittgenstein parece verse presionado desde dos posiciones opuestas [Fogelin (1995), pp. 45 ss.]. De un lado una proposición parece ser esencialmente bipolar, verdadera o falsa, en virtud de ser una figura de la realidad (4.06). Pero si tautologías y contradicciones son incondicionalmente verdaderas e incondicionalmente falsas respectivamente, debería seguirse que no son figuras de la realidad (4.462). Pero si no son figuras de la realidad Wittgenstein parece verse obligado a concluir o bien que tautologías y contradicciones no son proposiciones o, alternativamente, que hay proposiciones que no son verdaderas o falsas (pues o son siempre verdaderas o son siempre falsas). Pero, por otra parte, no parece que haya ninguna razón, dada la veritativo-funcionalidad de las proposiciones, para que no estipulemos signos proposicionales que sean incondicionalmente verdaderos o incondicionalmente falsos, pues ¿qué criterio podríamos tener desde este punto de vista para prohibir «(*VVVV*) (*p*, *q*)» y «(*FFFF*) (*p*, *q*)» mientras permitimos «(*VVFV*) (*p*, *q*)»? La solución de Wittgenstein es que tautologías y contradicciones carecen de sentido —no representan ningún hecho posible—, no tienen condiciones de verdad, pues o bien permiten todas las posibilidades o no admiten ninguna. O bien abren todo el espacio lógico o lo cierran a cal y canto. Además, dado que las proposiciones de la lógica son tautologías, esto quiere decir que la lógica no puede decirse, sólo mostrarse: las tautologías no dicen nada sobre el mundo: muestran lo que dicen, esto es: que no dicen nada.

4.4611 Sin embargo, tautologías y contradicciones no son sinsentidos; pertenecen al simbolismo y, ciertamente, de modo parecido a como el «0» pertenece al simbolismo de la aritmética.

▼ Es importante no confundir el que una proposición *carezca de sentido* con que sea un *sinsentido*. Tautologías y contradicciones no son meros galimatías; no dicen nada porque no representan una situación posible —las condiciones de acuerdo con el mundo se neutralizan entre sí—, pero no son absurdos, pertenecen al simbolismo en el sentido de que son los casos límite de la combinación de signos (como se expresa gráficamente en 5.101). Pues, aunque sean incondicionalmente verdaderas e incondicionalmente falsas son, con todo, *funciones de verdad de proposiciones que sí tienen sentido*. Ciertamente no sé nada sobre el tiempo cuando «sé» que llueve o no llueve (4.461), pero «Llueve o no llueve» tiene como condición de posibilidad que haya proposiciones como «Llueve» y «No llueve» que *sí* son proposiciones con sentido y, por tanto, figuras de una situación posible, verdaderas o falsas. Tautologías y contradicciones son entonces los casos límite del mecanismo de figuración (4.466).

4.462 Tautologías y contradicciones no son figuras de la realidad. No representan ninguna situación posible. Pues aquéllas permiten *cualquier* situación posible, éstas *ninguna*.

En una tautología las condiciones de acuerdo con el mundo —las relaciones de representación— se neutralizan entre sí, de modo que ella no está en relación alguna de representación con la realidad.

4.463 Las condiciones de verdad determinan el espacio de juego que la proposición deja a los hechos.

(Una proposición, una figura, un modelo son, en sentido negativo, como un cuerpo sólido que restringe la libertad de movimiento de los demás cuerpos; en sentido positivo, son como el espacio delimitado por substancia sólida en el que hay lugar para un cuerpo.)

Una tautología deja a la realidad la totalidad —infinita— del espacio lógico; una contradicción llena la totalidad del espacio lógico y no deja punto alguno a la realidad. Por ello ninguna de las dos puede determinar la realidad en modo alguno.

4.464 La verdad de una tautología es cierta, la de una proposición, posible, la de una contradicción, imposible

(Cierto, posible e imposible: aquí tenemos una indicación de la gradación que necesitamos en teoría de la probabilidad.)

▼ Véase 5.152, donde se hace referencia a la certeza como caso límite de la probabilidad.

4.465 El producto lógico de una tautología y una proposición dice lo mismo que la proposición. Por consiguiente, tal producto es idéntico a la

proposición. Pues no se puede cambiar lo esencial del símbolo sin cambiar su sentido.

▼ Pues es evidente que «*p* v ~*p*. *p*» equivale a «*p*» que es la única parte del signo proposicional que representa una situación posible. «*p* v ~*p*» funcionaría como el signo «0» en la suma.

4.466 A una determinada combinación lógica de signos le corresponde una determinada combinación lógica de sus significados; sólo a los signos sin combinación les corresponde una combinación *discrecional cualquiera*.

Es decir: las proposiciones que son verdaderas para cualquier situación no pueden ser en absoluto combinación alguna de signos pues, de serlo, sólo les podrían corresponder determinadas combinaciones de objetos.

(Y a una combinación que no es lógica *no* le corresponde combinación *alguna* de objetos.)

Tautologías y contradicciones son los casos límite de la combinación de signos: son su disolución.

4.4661 Es cierto que, incluso en tautologías y contradicciones, los signos aún están combinados entre sí, esto es: están relacionados entre sí, pero esas relaciones carecen de significado, no son esenciales para el *símbolo*.

4.5 Parece posible ahora dar la forma más general de la proposición, esto es: dar una descripción de las proposiciones de *un* lenguaje de signos *cualquiera*, de tal manera que todo posible sentido pueda expresarse mediante un símbolo que case con la descripción, y que todo símbolo que case con la descripción pueda expresar un sentido, siempre que los significados de los nombres se escojan de manera adecuada.

Es claro que al describir la forma más general de la proposición *sólo* cabe describir lo que le es esencial; de lo contrario no sería la más general.

Que hay una forma general de la proposición es algo que demuestra el que no se pueda dar ninguna proposición cuya forma no se haya podido prever (esto es, construir). La forma general de la proposición es: así es cómo están las cosas.

▼ Paralelamente a la preocupación de Wittgenstein por determinar lo que es esencial a los diferentes tipos de figuras independientemente de sus modos particulares de figuración —lo que hemos visto como forma lógica— empieza en este párrafo el tratamiento de lo que es común a toda proposición. Y lo que es común a toda proposición es, dice crípticamente Wittgenstein, *así es como están las cosas* (*Es verhält sich so und so*). Fogelin sugiere que esta observación ha de interpretarse como un modo de hacer referencia al funcionamiento de las proposiciones elementales, de forma muy especial porque aparece después del enunciado de las tesis sobre la veritativo-funcionalidad. Hemos visto que las proposiciones elementales son concatenaciones de nombres que representan situaciones posibles siempre que, de antemano, se les asignen objetos como su significado. Ahora bien, las proposiciones elementales *dicen* lo mismo siempre *independientemente* de las asignaciones veritativas que les hagamos, esto es: en los signos proposicionales «(*VVFV*) (*p*, *q*)», «(*VFFF*), (*p*, *q*)», etc., «*p*» y «*q*» representan la misma situación posible y lo que cambia son las asignaciones veritativas. «*p*» y «*q*» dicen «así están las cosas» puesto que están formadas de nombres en determinada combinación que están por objetos. Ahora bien, ¿qué sucede en el caso de las proposiciones no elementales? Dado que las constantes lógicas no son representantes de nada, *nada se añade a su contenido*, de modo que lo que siguen diciendo es cómo están las cosas. Así, lo que sigue siendo esencial a la proposición es el decir cómo están las cosas, pues las proposiciones no elementales son simplemente un conjunto de proposiciones elementales (combinaciones de nombres) más una manera de hacer asignaciones veritativas. Al final del viaje nos encontramos con que lo que toda proposición comporta es el decir «así es como están las cosas».

4.51 Supongamos que se me dieran *todas* las proposiciones elementales, entonces se podría preguntar simplemente: ¿qué proposiciones puedo formar a partir de ellas? La respuesta sería: *todas* las proposiciones y *así* es como están delimitadas.

4.52 Las proposiciones son todo lo que se sigue de la totalidad de todas las proposiciones elementales (naturalmente, también de su ser la *totalidad de ellas*). (Así, se podría en cierto sentido decir que todas las proposiciones son una generalización de las proposiciones elementales.)

4.53 La forma general de la proposición es una variable.

▼ Pues no es posible que sea una proposición ya que, por muy general que fuese, no podría dar la forma de todas las proposiciones.

5 Una proposición es una función de verdad de proposiciones elementales.
(Una proposición elemental es una función de verdad de sí misma.)

▼ En 4.26 vimos lo que podría ser un avance de la tesis que ahora se hace explícita. Por otra parte, 5 sirve de ilustración de las especiales relaciones entre la filosofía y la lógica. Pues sabemos ya que hay dos tipos de proposiciones, las proposiciones elementales —proposiciones cuyo análisis revela que no se pueden descomponer adicionalmente en otras proposiciones elementales— y las proposiciones que no son elementales y que, por consiguiente, son descomponibles en proposiciones elementales. Si preguntamos por las relaciones entre estos dos tipos de proposiciones la respuesta la obtenemos en 5: «Una proposición es una función de verdad de proposiciones elementales.» Por extraño que parezca las proposiciones elementales, que son proposiciones, también son funciones de verdad de proposiciones elementales; son funciones de verdad de sí mismas. En el esquema de 5.101, líneas 10 y 11, «*p*» y «*q*» aparecen como una más de las conectivas lógicas. Si nos fijamos en los valores que toman para sus asignaciones veritativas (*VFVF*) y (*VVFF*) respectivamente comprobaremos que reproducen las asignaciones veritativas de «*p*» y las asignaciones veritativas de «*q*», una estipulación que tiene tantos derechos como la correspondiente a la implicación material o la tautología.

5.01 Las proposiciones elementales son los argumentos veritativos de las proposiciones.

5.02 Es fácil confundir los argumentos de funciones con los índices de nombres. Pues tanto en el

argumento como en el índice reconozco el significado del signo que los contiene.

En el signo usado por Russell «$+_c$», por ejemplo, «$_c$» es un índice que señala que todo el signo anterior es el signo de adición para números cardinales. Pero esta significación descansa sobre una convención arbitraria y también se podría elegir, en lugar de «$+_c$», un signo simple; pero en «~*p*», «*p*» no es ningún índice, sino un argumento: el sentido de «~*p*» *no se puede* entender a menos que ya se haya entendido el sentido de «*p*». (En el nombre Julio César, «Julio» es un índice. Un índice es siempre parte de una descripción de un objeto a cuyo nombre se lo añadimos. Por ejemplo, *el* César de la familia de los Julios.)

Si no estoy equivocado, la teoría de Frege del significado de las proposiciones y las funciones tiene como base la confusión entre argumento e índice. Las proposiciones de la lógica eran, de acuerdo con Frege, nombres, y sus argumentos eran los índices de esos nombres.

▼ En *Los cuadernos azul y marrón*, Tecnos, Madrid, 1968, p. 49 (por donde cito), Wittgenstein utiliza el ejemplo siguiente para distinguir entre índices y argumentos. Tomemos la expresión «la enfermedad de Bright» y comparemos la gramática de esta expresión cuando 1) denota un tipo de enfermedad y 2) cuando la usamos para referirnos a una enfermedad que tiene la persona llamada «Bright». En 1) la expresión es obviamente compleja, pero el nombre «Bright» funciona como una especie de marca distintiva de la enfermedad (lo mismo que «Julio» es una marca distintiva de «César») y los enunciados que la contienen —por ejemplo, «*A* tiene la enfermedad de Bright»— siguen siendo verdaderos incluso si descubrimos que tal enfermedad fue descubierta por Smith, pues la expresión se aplica correctamente siempre que se use para identificar casos de la enfermedad de Bright. En resumen: este nombre complejo puede substituirse por un símbolo simple y en él, afirma Wittgenstein, sólo *se alude* al hombre Bright. Pero en 2) «Bright» funciona como argumento de la función «la enfermedad de *x*» y la expresión sólo puede entenderse si se entiende de antemano —independientemente de aquello en lo que consista tal comprensión— el significado de «Bright». El caso de «~*p*» tiene la gramática explicitada en 2): «*p*» no es un índice que especifique una marca de «~», sino el argumento de esa función.

5.1 Las funciones de verdad pueden ordenarse en series.

Éste es el fundamento de la teoría de la probabilidad.

▼ Véanse 5.15 ss.

5.101 Las funciones de verdad de un número cualquiera de proposiciones elementales se pueden escribir en un esquema del género siguiente:

(*VVVV*) (*p*, *q*) Tautología (Si *p* entonces *p*, y si *q* entonces *q*.) [$p \supset p \,.\, q \supset q$]
(*FVVV*) (*p*, *q*) En palabras: No es cierto que *p* y *q*. [$\sim(p \,.\, q)$]
(*VFVV*) (*p*, *q*) » » : Si *q*, entonces *p*. [$q \supset p$]
(*VVFV*) (*p*, *q*) » » : Si *p*, entonces *q*. [$p \supset q$]
(*VVVF*) (*p*, *q*) » » : *p* o *q*. [$p \vee q$]
(*FFVV*) (*p*, *q*) » » : No *q*. [$\sim q$]
(*FVFV*) (*p*, *q*) » » : No *p*. [$\sim p$]
(*FVVF*) (*p*, *q*) » » : *p* o *q*, pero no ambas. [$p. \sim q: \vee : q. \sim p$]
(*VFFV*) (*p*, *q*) » » : Si *p*, entonces *q*, y si *q* entonces *p*. [$p \equiv q$]
(*VFVF*) (*p*, *q*) » » : *p*
(*VVFF*) (*p*, *q*) » » : *q*
(*FFFV*) (*p*, *q*) » » : Ni *p* ni *q*. [$\sim p. \sim q$ o $p|q$]
(*FFVF*) (*p*, *q*) » » : *p* y no *q*. [$p. \sim q$]
(*FVFF*) (*p*, *q*) » » : *q* y no *p*. [$q. \sim p$]
(*VFFF*) (*p*, *q*) » » : *q* y *p*. [$q. p$]
(*FFFF*) (*p*, *q*) Contradicción (*p* y no *p*, y *q* y no *q*.) [$p. \sim p \,.\, q. \sim q$]

Llamaré *fundamentos veritativos* de una proposición a aquellas posibilidades de verdad de sus argumentos veritativos que la hacen verdadera.

▼ Este esquema presenta la serie completa (16 en total) de las funciones de verdad para dos proposiciones elementales (el sistema total de las conectivas binarias). En los extremos superior e inferior tenemos tautologías y contradicciones y entre ellas las 14 funciones restantes entre las que están «*p*» y «*q*» como funciones de verdad de ellas

mismas. Los fundamentos veritativos de una proposición son las posibilidades veritativas de los argumentos veritativos que hacen verdadera a la proposición. Por ejemplo, son fundamentos veritativos de [~(*p*. *q*)] «*p*» falsa y «*q*» verdadera, «*p*» verdadera y «*q*» falsa, y «*p*» falsa y «*q*» falsa. Para las posibilidades de verdad véase 4.3.

5.11 Si los fundamentos veritativos que son comunes a un cierto número de proposiciones son también todos ellos en su conjunto fundamentos veritativos de una determinada proposición particular, decimos entonces que la verdad de esta proposición se sigue de la verdad de aquéllas.

5.12 En particular, la verdad de una proposición «*p*» se sigue de la verdad de otra «*q*», cuando todos los fundamentos veritativos de la segunda son fundamentos veritativos de la primera.

▼ 5.11 y 5.12 enuncian respectivamente el caso en el que tenemos una proposición que se sigue de varias premisas y el caso en el que tenemos una única premisa de la que se sigue otra proposición. Veamos este último caso que es fácilmente generalizable. En la notación de Wittgenstein, las dos proposiciones 1) «(*VFFF*) (*p*, *q*)», y 2) «(*VVFV*) (*p*, *q*)», que corresponden a la conjunción y a la implicación material, tienen como fundamentos veritativos 1) «*p*» verdadera y «*q*» verdadera; 2) «*p*» verdadera y «*q*» verdadera , «*p*» falsa y «*q*» verdadera y «*p*» falsa y «*q*» falsa. De este modo, 2) se sigue de 1) puesto que *todos* los fundamentos veritativos de 1) — «*p*» verdadera y «*q*» verdadera — son fundamentos veritativos de 2). Otra manera de expresar esto es la que aparece en 5.121. Obsérvese que 1) no se sigue de 2) porque 2) tiene también como fundamentos veritativos «*p*» falsa y «*q*» verdadera y «*p*» falsa y «*q*» falsa que no son fundamentos veritativos de 1) o, alternativamente, los fundamentos veritativos de 2) no están contenidos en los de 1).

5.121 Los fundamentos veritativos de una están contenidos en los de la otra; *p* se sigue de *q*.

▼ Como señala Fogelin, esto es quizá una reformulación de la idea —usada tradicionalmente por los filósofos para explicar la inferencia lógica— de que si una proposición «*q*» se sigue de otra proposición «*p*» el significado de «*q*» tiene que estar «contenido» de alguna manera en «*p*».

5.122 Si *p* se sigue de *q*, entonces el sentido de «*p*» está contenido en el sentido de «*q*».

5.123 Si un dios crea un mundo en el que ciertas proposiciones son verdaderas, crea también en virtud de ello un mundo en el que valen todas las consecuencias de tales proposiciones. Y, del mismo modo, no podría crear ningún mundo en el que fuese verdadera la proposición «*p*» sin crear todos sus objetos.

5.124 Una proposición afirma toda proposición que se siga de ella.

5.1241 «*p*. *q*» es una de las proposiciones que afirma «*p*» y, al mismo tiempo, una de las proposiciones que afirma «*q*».

Dos proposiciones se oponen entre sí cuando no hay ninguna proposición con sentido que afirme ambas.

Toda proposición que contradiga a otra la niega.

5. 13 Que la verdad de una proposición se sigue de la verdad de otras proposiciones, es algo que puede verse a partir de la estructura de las proposiciones.

▼ Véase 4.1211: en la estructura de dos proposiciones se muestra cuándo una se sigue de la otra.

5.131 Si la verdad de una proposición se sigue de la verdad de otra, esto se expresa por medio de las relaciones que mantienen entre sí las formas de tales proposiciones; y no necesitamos, por cierto, ponerlas de antemano en esas relaciones combinándolas entre sí en una sola proposición, sino que esas relaciones son internas y existen tan pronto como, y en virtud de que, existen esas proposiciones.

5.1311 Cuando inferimos q a partir de $p \vee q$ y $\sim p$, la relación entre las formas proposicionales de «$p \vee q$»

y «~p» aparece velada por el modo de significación. Pues si en lugar de «p v q» escribimos, por ejemplo, «$p|q.|.p|q$» y en lugar de «~p», «$p|p$» ($p|q$ = ni p, ni q), entonces se torna evidente la conexión interna.

(El que pueda inferirse fa a partir de $(x).fx$, muestra que la generalidad está presente también en el símbolo «$(x).fx$».)

▼ Black conjetura [Black (1964), p. 242] que la conexión entre premisas y conclusión de este argumento es más *evidente* usando «|» porque de esta manera se dejan patentes las relaciones internas entre ellas que quedarían veladas usando dos conectivas diferentes —«~» «v»—.

5.132 Si p se sigue de q, entonces puedo hacer una inferencia de q a p; deducir p de q.

El modo en que se lleva a cabo la inferencia ha de extraerse sólo de ambas proposiciones.

Sólo ellas mismas pueden justificar la inferencia.

Las «leyes de inferencia» que —como en el caso de Frege y Russell— se supone que han de justificar las inferencias, carecen de sentido y serían superfluas.

▼ Pues las relaciones inferenciales descansan en las relaciones internas entre proposiciones de modo que si «q» se sigue de «p», la inferencia sólo descansa en los sentidos de «q» y «p». Además, como las proposiciones de la lógica son tautologías todas ellas dicen lo mismo, a saber: nada. Por consiguiente, tampoco puede haber una jerarquía entre ellas: no hay proposiciones de la lógica que sean esencialmente primitivas y esencialmente derivadas. Todas están al mismo nivel (véanse 6.127-6.1271).

5.133 Toda deducción procede *a priori*.

5.134 De una proposición elemental no puede deducirse ninguna otra.

5.135 De la existencia de una situación cualquiera no se puede inferir en modo alguno la existen-

cia de una situación por completo diferente a la primera.

5.136 No hay nexo causal alguno que justifique tal inferencia.

▼ Lo que afirma 5.134 tiene su justificación en el hecho de que de la existencia o no existencia de un estado de cosas no se puede inferir la existencia o no existencia de otro estado de cosas (2.062), y una proposición elemental asevera la existencia de un estado de cosas (4.21). Ahora bien, tenemos derecho a preguntar por la razón de la imposibilidad de tal inferencia. Admitamos de momento que fuera posible tal inferencia; esto querría decir que entre los estados de cosas habría un vínculo lógico; pero es claro que no puede haber tal vínculo, pues «*p*» (una proposición elemental) tiene fundamentos veritativos de los que «*q*» (otra proposición elemental) carece. A continuación, 5.135 dice que no es posible inferir una situación a partir de otra si aquélla es completamente diferente de ésta. ¿Qué quiere decir esto? Stenius [Stenius (1960), pp. 59-60] afirma que tales estados de cosas han de ser totalmente diferentes *de manera que no pueda apelarse a un nexo causal entre ellos* (5.136), y reconstruye así la argumentación de Wittgenstein. Supongamos que hay un determinado sistema *S* que está en el estado *E* en el tiempo *t*; si hubiera un vínculo causal entre estados de cosas esto querría decir que podríamos inferir a partir de lo anterior que ese mismo sistema pasará al estado *E'* en *t'*. Pero que no haya vínculo causal entre el estado de cosas «*S* está en *E* en *t*» y «*S* está en *E'* en *t'*» quiere decir que ambos son completamente diferentes, no tienen componentes comunes y, por consiguiente, tampoco tienen fundamentos veritativos comunes; los estados de cosas que pertenecen a diferentes puntos temporales son lógicamente independientes. Por ello no puedo inferir de los eventos presentes los futuros (5.1361). Es más, no puedo afirmar que sé que «*q*» (un efecto) si conozco que «*p*» (la causa) (5.1362); sólo podría hacerlo si el efecto fuera entrañado lógicamente por la causa, pero ya sabemos que no lo es. Desde este punto de vista la superstición es la creencia en el nexo causal, si lo entendemos como la existencia de una *conexión necesaria* entre el presente y el futuro (no, desde luego, si lo entendemos como una descripción de la contigüidad repetida de dos eventos en dos puntos temporales distintos). Wittgenstein pone en conexión aquí de algún modo la tesis de Hume sobre la causalidad con su concepción del mundo como la existencia de estados de cosas mutuamente independientes en el espacio lógico.

5.1361 No *podemos* inferir los eventos futuros a partir de los presentes.

La superstición es la creencia en un nexo causal.

5.1362 El libre albedrío consiste en que no se pueden conocer ahora las acciones futuras. Pues sólo

podríamos conocerlas si la causalidad fuera una necesidad *interna* como la de la inferencia lógica. — La conexión que se da entre conocimiento y lo que se conoce es la de la necesidad lógica.

(«*A* sabe que *p* es el caso» carece de sentido si *p* es una tautología.)

▼ A propósito de la tradicional conexión entre libre albedrío y la ignorancia de las causas de nuestras acciones resulta instructivo el siguiente texto de la *Ética* de Spinoza, parte 2, proposición XXXV, escolio: «Por tanto, la idea que los hombres tienen de libertad es ésta: que no conocen las causas de sus propias acciones; pues cuando dicen que sus acciones dependen de su voluntad pronuncian palabras a las que no va unida idea alguna» (citado por Black). Por otra parte Anscombe [«Aristotle and the Sea Battle», en *From Parmenides to Wittgenstein*, Blackwell, Oxford, 1981, p. 54] observa que la necesidad lógica de la que habla Wittgenstein en este párrafo ha de verse en el contexto de que «*A* sabe que *p*» sólo tiene sentido para cualquier «*p*» que describa un hecho pasado o presente, de modo que, como también sostenía Aristóteles, los hechos pasados y presentes son necesarios. Pero donde «*p*» hace referencia a mis acciones futuras poco importa que la proposición resulte verificada o no; «*A* sabe que *p*» no constituye conocimiento porque *podría* ser falsa. Así, por ejemplo, «Sé que mañana habrá una batalla naval» no puede ser nunca una expresión de conocimiento porque, aunque mañana hubiera una batalla naval —y mañana «Hay hoy una batalla naval» sea necesaria— hoy esta proposición *podría* ser falsa y, por consiguiente, no contaría como conocimiento.

5.1363 Si del hecho de que una proposición nos resulte evidente no *se sigue* que es verdadera, entonces el que nos sea evidente no es tampoco justificación alguna para nuestra creencia en su verdad.

5.14 Si una proposición se sigue de otra, ésta dice más que aquélla, aquélla menos que ésta.

▼ Pues si «*p*» se sigue de «*q*» los fundamentos veritativos de «*p*» —su sentido— contienen a los de «*q*». Véanse 5.121 y 5.122.

5.141 Si *p* se sigue de *q* y *q* de *p*, entonces éstas son una y la misma proposición.

5.142 Una tautología se sigue de todas las proposiciones: no dice nada.

5.143 La contradicción es lo que es compartido por las proposiciones y es tal que *ninguna* proposición lo tiene en común con ninguna otra. La tautología es lo que es compartido por todas las proposiciones que no tienen nada en común entre ellas.

La contradicción se desvanece, por así decirlo, en el exterior de todas las proposiciones, la tautología dentro de ellas.

La contradicción es el límite exterior de las proposiciones, la tautología su insubstancial punto medio.

▼ Dado que una tautología se sigue de cualquier proposición, las proposiciones que no tienen nada en común tienen la tautología en común. Pero nótese que, dado que las tautologías no *dicen* nada puesto que abren todo el espacio lógico, decir que la tautología es lo que tienen en común todas las proposiciones que nada tienen en común es lo mismo que decir que las proposiciones que no tienen nada en común no tienen nada en común: la tautología se «desvanece» en el interior de las proposiciones. Por otra parte, de una contradicción se sigue cualquier cosa y eso es precisamente lo que ninguna proposición tiene en común con otra, puesto que la contradicción, en el extremo opuesto de la tautología, cierra el espacio lógico (Wittgenstein dice que es el límite exterior de las proposiciones).

5.15 Si V_r es el número de los fundamentos veritativos de una proposición «*r*» y V_{rs} el número de los fundamentos veritativos de la proposición «*s*» que son al mismo tiempo los fundamentos veritativos de «*r*», llamamos entonces a la relación V_{rs} : V_r el grado de *probabilidad* que la proposición «*r*» da a la proposición «*s*».

5.151 Sea V_r, en un esquema como el de 5.101, el número de las «*V*» de la proposición *r*; V_{rs} el número de las «*V*» de la proposición *s* que están en las mismas columnas que las «*V*» de la propo-

sición *r*. Entonces la proposición *r* da a la proposición *s* la probabilidad: $V_{rs} : V_r$.

▼ Wittgenstein define aquí probabilidad como una relación: la probabilidad que una determinada proposición confiere a otra, y explica el concepto mediante las relaciones entre los fundamentos veritativos (5.101) de ambas proposiciones. Si consideramos dos proposiciones compuestas —por ejemplo, «*p*. *q*» y «*p* v *q*»— que, escritas en la notación peculiar de Wittgenstein, se representarían como «(*VFFF*) (*p*, *q*)» y «(*VVVF*) (*p*, *q*)», podemos preguntarnos por el grado de probabilidad que la primera da a la segunda. Para ello necesitamos saber (5.15) los fundamentos veritativos de la conjunción (V_r), y los que ambas proposiciones tienen en común (V_{rs}). En este caso $V_r = 1$ y $V_{rs} = 1$ por lo que el grado de probabilidad es 1/1 = 1. No es éste un resultado inesperado porque la conjunción entraña lógicamente la disyunción y la proposición entrañante da a la entrañada probabilidad 1. [La certeza de la inferencia lógica es un caso límite de probabilidad (5.512).] Si nos preguntamos ahora por el grado de probabilidad que la segunda da a la primera tenemos que $V_r = 3$ mientras que $V_{rs} = 1$, con lo que el grado de probabilidad resultante es 1/3.

5.1511 No hay ningún objeto especial que sea peculiar de las proposiciones de probabilidad.

▼ Imaginemos que alguien dice: «Juan suele venir todos los domingos, *es probable* que venga». Aquí la expresión «es probable» tiene que ver con lo que psicológicamente estamos dispuestos a creer dadas nuestras experiencias pasadas con Juan; tiene que ver con un asunto de hecho y no de lógica (la proposición anterior tiene que ver con nuestras expectativas; si fuese un asunto de lógica no diría nada). Como hemos visto más atrás, es supersticioso creer que esa conexión entre el pasado y el futuro es necesaria; pero del mismo modo que Wittgenstein no prohibiría hacer enunciados causales ordinarios tampoco rechazaría los enunciados de probabilidad ordinarios; sólo puntualizaría que su propio análisis de la probabilidad es puramente lógico y no tiene nada que ver con asuntos de hecho. Lo mismo que sucede con las constantes lógicas, «es probable» *no es representante* de nada Por ello no tienen ningún «objeto especial».

5.152 De las proposiciones que no tienen ningún argumento veritativo en común decimos que son independientes entre sí.

Dos proposiciones elementales se dan la una a la otra la probabilidad 1/2.

Si *p* se sigue de *q*, entonces la proposición «*q*» da a la proposición «*p*» la probabilidad 1. La cer-

teza de la inferencia lógica es un caso límite de la probabilidad.

(Aplicación a tautología y contradicción.)

▼ Los argumentos veritativos son las proposiciones elementales (5.01). Naturalmente, puesto que las proposiciones elementales son independientes entre sí no pueden tener fundamentos veritativos comunes, con lo que no tenemos base alguna para decidir el grado de probabilidad que una confiere a la otra. Entonces, dadas dos proposiciones elementales cualesquiera una se dará a la otra la probabilidad 1/2. Pues dadas «(*VFVF*) (*p*)», «(*VVFF*) (*q*)» $V_r = 2$ y $V_n = 1$ para la probabilidad de «*q*» dado «*p*»; y lo mismo para la probabilidad de «*p*» dado «*q*».

Si la probabilidad es una relación entre proposiciones (5.15), no hay entonces probabilidad absoluta: una proposición no es por sí misma ni probable ni improbable. No obstante, cabe interpretar que la probabilidad absoluta de una proposición es la que le confiere una tautología. (Naturalmente, seguimos teniendo una relación entre proposiciones, pero recuérdese el estatuto especial de las tautologías, que no dicen nada.) Así, la probabilidad absoluta de «(*VVFV*) (*p*, *q*)» [«$p \supset q$»] sería 3/4 y la de «(*VFFF*) (*p*, *q*)» [«*p*. *q*»] 1/4. Con lo que la probabilidad absoluta de una tautología sería 4/4 = 1 y la de una contradicción 0/4 = 0.

5.153 Una proposición no es en sí ni probable ni improbable. O un evento se da o no se da; no hay algo intermedio.

5.154 Supongamos que en una urna hay tantas bolas blancas como negras (y ninguna de otro tipo). Saco una bola tras otra y las vuelvo a colocar en la urna. Puedo entonces establecer mediante este experimento que el número de bolas negras y blancas sacadas se va aproximando a medida que la extracción progresa.

Esto no es, por tanto, ningún *factum* matemático.

Ahora bien, si digo: el que saque una bola blanca tiene la misma probabilidad que el que saque una bola negra, esto quiere decir que todas las circunstancias que me son conocidas (incluidas las leyes de la naturaleza hipotéticamente tomadas) no dan *más* probabilidad a la ocurrencia de un evento que a la ocurrencia de otro. Es decir, dan a cada

una —como puede fácilmente colegirse de las explicaciones anteriores— la probabilidad 1/2.

Lo que confirmo mediante el experimento es que la ocurrencia de ambos eventos es independiente de las circunstancias que no conozco más que de modo somero.

5.155 La unidad de la proposición de probabilidad es: las circunstancias —de las que, por lo demás, sólo tengo conocimiento parcial— dan tal y cual grado de probabilidad a la ocurrencia de un determinado evento.

5.156 Así, la probabilidad es una generalización.

Involucra una descripción general de una forma proposicional.

Sólo a falta de certeza usamos la probabilidad.

— Cuando no conocemos de manera completa un hecho, pero sabemos, desde luego, *algo* sobre su forma.

(Una proposición puede muy bien ser una figura incompleta de una cierta situación, pero es siempre *una* figura completa.)

Una proposición de probabilidad es, en cierto modo, un resumen de otras proposiciones.

▼ Esto es: una proposición puede ser una figura incompleta de una situación, pero siempre ha de ser una figura completa de algo; incluso si ese algo lo conocemos de manera incompleta.

5.2 Las estructuras de las proposiciones están en relaciones internas entre sí.

5.21 Podemos poner de relieve esas relaciones internas en nuestra manera de expresión representando una proposición como resultado de una operación que la genera a partir de otras proposiciones (las bases de la operación).

5.22 La operación es la expresión de una relación entre las estructuras de su resultado y las de sus bases.

5.23 La operación es lo que le ha de suceder a una proposición para hacer surgir otra distinta a partir de ella.

▼ 5.2-5.23 contienen las consideraciones generales de Wittgenstein sobre la noción, muy importante en el *Tractatus*, de «operación». Una operación, dicho de manera general, nos lleva de una proposición (la *base*) a otra proposición (el *resultado* de aplicar la operación a la base). Así la operación consistente en doblar una cantidad nos lleva de 2 (la base) a 4 (el resultado). El siguiente ejemplo de Anscombe ilustra lo que Wittgenstein quiere decir cuando afirma que las estructuras de las proposiciones mantienen relaciones internas entre sí. Si tomamos una relación y su conversa —por ejemplo «*a* es esposo de *b*» y «*b* es esposa de *a*»— podemos introducir la operación «conversión» (simbólicamente *Cnv*) y escribir para «*b* es esposa de *a*» «*aConvRb*» —donde «*R*» está por la relación «ser esposo de»—en lugar de «*bRa*» que hace perspicuas las relaciones internas entre «*a* es esposo de *b*» y «*b* es esposa de *a*» al poner de manifiesto que esta última es el resultado de una operación sobre la primera.

Black [Black (1964), pp. 259-260] sostiene que, a pesar de que Wittgenstein quiere distinguir claramente entre *operaciones* y *funciones* (5.25, 5.251), la diferencia entre ambas es más terminológica que substancial: podemos decir que x^2 es una función de x o, también que x^2 se deriva de x por medio de la operación «elevar al cuadrado». Su interpretación es que, al hablar de operaciones, Wittgenstein pretende poner de relieve las relaciones internas entre las estructuras de las proposiciones que hacen de base y de resultado y, de hecho, restringe la aplicación del término a tales relaciones (5.22). Pero podía haber logrado el mismo efecto con la expresión «función interna», por analogía con las relaciones o las propiedades internas. (Pero véase 5.234.) Para el tipo particular de operación en que Wittgenstein está interesado, ver 5.2521.

5.231 Y, naturalmente, esto de sus propiedades formales, de las similitudes internas de sus formas.

5.232 La relación interna que ordena una serie equivale a la operación mediante la que un término resulta a partir de otro.

5.233 Las operaciones sólo pueden entrar en escena allí donde una proposición resulta de otra de un modo lógicamente significativo. Es decir, allí

donde empieza la construcción lógica de la proposición.

5.234 Las funciones de verdad de las proposiciones elementales son resultados de operaciones que tienen a las proposiciones elementales como bases. (Llamo a estas operaciones, operaciones veritativas.)

▼ Si cualquier proposición es una función de verdad de proposiciones elementales (5), se sigue a partir de 5.234 que todas las proposiciones son el resultado de operaciones veritativas con proposiciones elementales como base (5.3). Anscombe [Anscombe (1959), pp. 118-119] sostiene que este párrafo señala una diferencia radical entre una función de verdad (operación veritativa) y una función ordinaria como ϕx. Una función de este último tipo, en tanto que es función de nombres, expresa algo, caracteriza tanto una forma como un contenido. Pero si la ocurrencia de una operación no caracteriza el sentido de una proposición (sólo el resultado lo hace) (5.25), entonces el signo de una operación no sólo no está por nada sino que ni tan siquiera señala una forma; señala una diferencia entre formas. Pues si, teniendo como base las proposiciones «*p*», «*q*» llevo a cabo la operación de disyunción y obtengo como resultado «*p* v *q*», y esta proposición *puedo escribirla también* como resultado de la operación consistente en la negación de la operación de poner en conjunción las dos proposiciones negadas ~(~*p*. ~*q*), se sigue que la mera aparición de «v», «~» o «.» no puede ser una marca distintiva del sentido de la proposición.

5.2341 El sentido de una función de verdad de *p* es una función del sentido de *p*.

La negación, la suma lógica, el producto lógico, etc., etc., son operaciones.

(La negación invierte el sentido de la proposición.)

5.24 Una operación se muestra a sí misma en una variable; muestra cómo se puede pasar de una forma de proposición a otra.

Da expresión a la diferencia entre las formas.

(Y lo que es común a las bases y al resultado de una operación son justamente las bases.)

5.241 Una operación no caracteriza ninguna forma, sino sólo la diferencia entre las formas.

5.242 La misma operación que da lugar a «*q*» a partir de «*p*», da lugar también a «*r*» a partir de «*q*», y así sucesivamente. Esto sólo puede expresarse así: «*p*», «*q*», «*r*», etc., son variables que dan expresión de modo general a ciertas relaciones formales.

5.25 La ocurrencia de una operación no caracteriza el sentido de la proposición.

Por cierto, una operación no enuncia nada, es sólo su resultado el que lo hace, y esto depende de las bases de la operación.

(Operaciones y funciones no deben confundirse entre sí.)

5.251 Una función no puede ser su propio argumento; ahora bien, el resultado de una operación puede convertirse en su propia base.

5.252 Sólo de esta manera es posible la progresión de un término a otro en una serie de formas (de un tipo a otro en las jerarquías de Russell y Whitehead). (Russell y Whitehead no admitían la posibilidad de esta progresión pero, una y otra vez, hicieron uso de ella.)

▼ Alfred North Whitehead (1861-1947), filósofo y matemático británico, fue miembro del Trinity College, Cambridge, entre 1884 y 1911 donde Bertrand Russell fue uno de sus más distinguidos alumnos. Entre 1900 y 1911 ambos colaboraron en la redacción de los tres primeros volúmenes de *Principia Mathematica* (el cuarto nunca llegó a aparecer) en los que se intentaba demostrar que las matemáticas podían deducirse de principios puramente lógicos. Whitehead enseñó también en las universidades de Londres y Harvard, donde desarrolló su obra en filosofía de la ciencia cuyos hitos son *The Concept of Nature* (1920) y *Process and Reality* (1929).

Anscombe [Anscombe (1959), p. 130] señala que la queja de Wittgenstein se debe a que en *Principia Mathematica* Russell y Whitehead hacen uso de series formales en las que las proposiciones componentes pertenecían a distintos tipos lógicos y, por tanto, no podían formar una serie única de acuerdo con sus propios principios. El axioma de reducibilidad sería un ejemplo en el que se pasa, de modo ilegítimo, de propiedades de individuos a individuos.

5.2521 A la aplicación reiterada de una operación a su propio resultado la llamo su aplicación sucesiva («*O'O'O'a*» es el resultado de tres aplicaciones sucesivas de «*O'ξ*» a «*a*»).

Hablo, en un sentido similar, de aplicaciones sucesivas de *varias* operaciones a un cierto número de proposiciones.

▼ Wittgenstein está interesado especialmente por las operaciones que toman su propio resultado como base para realizar sobre ella una nueva operación. Así, aplicando la operación *O'ξ* a *a* obtenemos *O'a* (el signo «ξ» es una variable para expresiones). Si repetimos la operación *O'ξ* sobre *O'a* obtenemos *O'O'a*; si repetimos la operación tomando este último resultado como base obtenemos *O'O'O'a*, y así sucesivamente. De hecho, Wittgenstein hace equivaler el concepto de aplicación sucesiva de una operación y el concepto «así sucesivamente» (5.2523). Dado que el simbolismo distingue claramente operaciones y relaciones, el apóstrofe que sigue a los símbolos de operación parece ser redundante.

5.2522 Escribo entonces el término general de una serie de formas *a*, *O'a*, *O'O'a*,... así: «[*a*, *x*, *O'x*]». Esta expresión que va entre corchetes es una variable. El primer término de la expresión que va entre corchetes es el comienzo de la serie de formas, el segundo es la forma de un término *x* cualquiera de la serie y el tercero la forma de aquel término de la serie que sigue inmediatamente a *x*.

▼ Véase 4.1273, donde se explica cómo procede la expresión de un término general de una serie de formas.

5.2523 El concepto de aplicación sucesiva de la operación equivale al concepto «y así sucesivamente».

5.253 Una operación puede contrarrestar el efecto de otra. Las operaciones pueden neutralizarse entre sí.

▼ Véase 5.254 para un ejemplo de lo anterior.

5.254 Una operación puede desaparecer (por ejemplo, la negación en «$\sim \sim p$»; $\sim \sim p = p$).

5.3 Todas las proposiciones son resultados de operaciones veritativas con proposiciones elementales.

Una operación veritativa es el modo y manera en que una función de verdad resulta a partir de proposiciones elementales.

Según la esencia de las operaciones veritativas, de la misma manera que de las proposiciones elementales surge su función de verdad, así también de las funciones de verdad surge una nueva función de verdad. Toda operación veritativa genera, a partir de funciones veritativas de proposiciones elementales, otra función de verdad de proposiciones elementales, una proposición. El resultado de toda operación veritativa que tiene como base los resultados de operaciones veritativas con proposiciones elementales es, de nuevo, el resultado de *una* operación veritativa con proposiciones elementales.

Toda proposición es el resultado de operaciones veritativas con proposiciones elementales.

▼ El que todas las proposiciones sean resultados de operaciones veritativas con proposiciones elementales se colige fácilmente a partir de 5 y 5.234. Este párrafo aplica simplemente el concepto de operación reiterada a las funciones de verdad.

5.31 Los esquemas de 4.31 tienen significado incluso cuando «p», «q», «r», etc., no son proposiciones elementales.

Y es fácil ver que el signo proposicional de 4.442 expresa una única función de verdad de proposiciones elementales incluso cuando «p» y «q» son funciones de verdad de proposiciones elementales.

5.32 Todas las funciones de verdad son resultados de aplicaciones sucesivas a proposiciones elementales de un número finito de operaciones veritativas.

▼ Esto es: la construcción de una proposición a partir de proposiciones elementales por medio de una operación tiene carácter finito; aunque tengamos siempre la posibilidad de seguir dando nuevos pasos que nos permiten obtener una nueva proposición al aplicar la operación al resultado conseguido, en *cada paso* que damos obtenemos una proposición.

5.4 Queda de manifiesto aquí que no hay «objetos lógicos», «constantes lógicas» (en el sentido de Frege y de Russell).

▼ Véanse 4.0312, 4.0621 y 4.441 para las observaciones anteriores sobre la inexistencia de objetos lógicos.

5.41 Pues: todos los resultados de operaciones veritativas con funciones de verdad que son una y la misma función de verdad de proposiciones elementales, son idénticos.

5.42 Es evidente que v, ⊃, etc. no son relaciones en el sentido en que derecha, izquierda, etc., lo son.

La interdefinibilidad de los «signos primitivos» de Frege y Russell basta para mostrar que éstos no son tales signos primitivos y, más aún, que no designan relación alguna.

Y queda patente que el «⊃» que definimos mediante «~» y «v» es idéntico a aquél mediante el que definimos «v» con la ayuda de «~», y que éste «v» es idéntico al primero, y así sucesivamente.

▼ Wittgenstein considera aquí las interdefiniciones de las conectivas lógicas como una razón adicional para negar que haya objetos lógicos. Así, hay una operación que da lugar a «$p \supset q$» teniendo como base «p» y «q» que en la notación de Wittgenstein se representa como «$(VVFV)$ (p, q)». Una operación distinta es la que, sobre la misma

base, da lugar a «~*p* v *q*». Si la escribimos en notación wittgensteiniana «(*VVFV*) (*p*, *q*)» resulta claro que su sentido es idéntico al de la anterior. Es ahora patente que lo que parecían ser dos funciones distintas son una y la misma función de verdad. Pero entonces «⊃» puede definirse en términos de «~» e «v» y viceversa, y todas estas conectivas que tienen el aspecto de ser diferentes, en realidad son la misma en todos los casos. (5.141). En consecuencia, no son signos primitivos, pues el que un signo sea capaz de definición muestra que no se ha analizado hasta sus últimas consecuencias (5.451). Además, dado que son interdefinibles, ¿cuál de ellos sería el primitivo? Tampoco designan relación alguna; Wittgenstein pone el ejemplo de «a la derecha de», «a la izquierda de» que son signos genuinos de relaciones entre objetos. Pero si «v» o «⊃» designasen una relación, ¿entre qué se daría tal relación? Nótese que sería absurdo pensar que se da entre, por ejemplo, proposiciones elementales, pues una proposición es un signo proposicional usado como proyección de una situación posible.

5.43 Resulta difícil de creer, incluso a primera vista, que de un hecho *p* hayan de seguirse infinitos otros, a saber: ~ ~*p*, ~ ~ ~ ~*p*, etc. Y no es menos extraordinario que el número infinito de las proposiciones de la lógica (de la matemática) se siga de media docena de «leyes primitivas».

Pero todas las proposiciones de la lógica dicen lo mismo. A saber: nada.

▼ Si las conectivas funcionasen como nombres de objetos lógicos se seguiría la extraordinaria consecuencia que Wittgenstein señala (véase el mismo punto en 5.44 sobre «*p*» y «~~*p*»). Al no ser las constantes lógicas representantes de nada, todas las proposiciones de la lógica dicen lo mismo (a saber: nada). Por consiguiente, todas ellas están al mismo nivel y, por tanto, no hay, como pensaban Frege y Russell, proposiciones esencialmente primitivas ni proposiciones esencialmente derivadas.

5.44 Las funciones de verdad no son funciones materiales.

Si se puede generar una afirmación mediante doble negación, ¿está ya contenida la negación —en algún sentido— en la afirmación? ¿Es que «~ ~*p*» niega ~*p*, o más bien afirma *p*? ¿O quizás ambas cosas?

La proposición «~ ~*p*» no trata de la negación como si ésta fuera un objeto; más bien, la posibi-

lidad de la negación está ya prejuzgada en la afirmación.

Y si hubiera un objeto que se llamase «~», entonces «~ ~p» debería decir algo diferente de «p». En ese caso, una proposición trataría justamente de ~ mientras que la otra no.

5.441 Esta desaparición de las constantes lógicas aparentes sucede también si «~($\exists x$). ~fx» dice lo mismo que «(x). fx» o «($\exists x$). fx. $x = a$» lo mismo que «fa».

▼ Pues el cuantificador universal [(x). fx] puede definirse en términos del particularizador y la negación [~($\exists x$). ~fx] y viceversa. Por otra parte si «fa» es verdadera, se sigue «($\exists x$). fx. $x = a$», e inversamente.

5.442 Si se nos da una proposición se nos ha dado también *con ella* los resultados de todas las operaciones veritativas que la tienen como base.

5.45 Si hay signos lógicos primitivos, entonces una lógica correcta tiene que poner en claro sus posiciones relativas y justificar su existencia. La construcción de la lógica *a partir de* sus signos primitivos tiene que llegar a clarificarse.

5.451 Si la lógica tiene conceptos primitivos, éstos han de ser independientes entre sí. Si se ha introducido un concepto primitivo, ha de introducirse en todas las combinaciones en las que, de algún modo, aparezca. Por consiguiente, no se le puede introducir primero para *una* combinación y después, nuevamente, para otra. Por ejemplo, una vez que se ha introducido la negación, tenemos que entenderla tanto en proposiciones de la forma «~p», como en proposiciones como «~(p v q)», «($\exists x$). ~fx», etc. No nos está permitido introdu-

cirla primero para una clase de casos y, a continuación, para otra, pues entonces sería dudoso si su significado era el mismo en los dos casos y no habría razón alguna para usar, en ambos casos, el mismo modo de combinar los signos.

(Dicho con brevedad: para la introducción de los signos primitivos vale, *mutatis mutandis*, lo mismo que Frege dijo (*Leyes fundamentales de la aritmética*) para la introducción de signos por medio de definiciones.)

▼ Véase 5.42 para la necesidad de que en las interdefiniciones los signos definidos sean idénticos. En este párrafo Wittgenstein establece los rasgos que han de tener los conceptos primitivos de la lógica en el caso de que haya tal cosa. Por una parte, han de ser *independientes* entre sí, pues si cabe la posibilidad de que se puedan definir unos en términos otros no serían primitivos ni indefinibles. Por otra parte, la introducción de conceptos debe hacerse «de golpe» —como lo que puede decirse de la forma de todas las proposiciones (5.47)—; no es admisible utilizar definiciones parciales que no funcionen de la misma manera —como si se pudieran introducir reglas para mover las piezas de ajedrez que funcionaran de modo distinto según la situación de la partida—. Anscombe [Anscombe (1959)], pp. 143-144) pone el ejemplo siguiente como objeto de la queja de Wittgenstein: Russell y Whitehead introducen siempre las conectivas «~» y «v» para su uso con cuantificadores, mientras que muchos lógicos modernos las introducen con una mera explicación veritativo-funcional y después las usan con los cuantificadores poniendo «cara de no haber roto un plato» (5.452). Pero si introducimos «v» meramente en términos veritativo-funcionales, se necesita hacer una introducción nueva para los casos como $(x).\ \phi x \vee \psi x$, pues aquí el disyuntor no está uniendo expresiones que tengan valor de verdad ya que ϕx y ψx son funciones proposicionales. Por otra parte, Black conecta la alusión a *Las leyes fundamentales de la aritmética* de Frege con la siguiente cita: «Una definición de un concepto (de un posible predicado) tiene que ser completa; tiene que determinar de manera no ambigua respecto de cualquier objeto si cae o no bajo el concepto (si el predicado es verdaderamente aseverable de él) [...]. Ahora bien, de esto se sigue que el procedimiento favorito de los matemáticos, la definición por etapas, es inadmisible.»

5.452 La introducción de un nuevo dispositivo en el simbolismo de la lógica tiene que ser siempre un suceso preñado de consecuencias decisivas. En lógica no se puede introducir ningún nuevo dispositivo entre paréntesis o en nota al margen —con, por así decirlo, cara de no haber roto nunca un plato—.

(Así, en los *Principia Mathematica* de Russell y Whitehead aparecen definiciones y leyes primitivas puestas en palabras. ¿Por qué aparecen palabras aquí, de sopetón? Esto exigiría una justificación. Tal justificación está ausente y ha de estar ausente, puesto que, de hecho, esta manera de proceder no está permitida.)

Pero si la introducción de un nuevo dispositivo resultase necesaria en algún lugar, uno ha de preguntarse de inmediato: ¿dónde ha de emplearse *siempre* este dispositivo? Ha de clarificarse pues su situación en la lógica.

▼ La mención de los paréntesis es, según Black, una posible alusión al modo de hablar de los fenomenólogos: la adopción de una suposición sin comprometerse con ella.

5.453 Todos los números de la lógica tienen que poder justificarse.

O más bien: tiene que resultar que en lógica no hay números.

No hay ningún número que tenga preeminencia alguna sobre otro.

▼ Dado que no hay «objetos lógicos» no cabe hablar de contarlos, ni de que un conjunto de esos objetos tenga preeminencia sobre otros. Por eso tampoco puede haber en lógica clasificación alguna ni algo más general o más especial (5.454). Aparece aquí de nuevo la idea de que las proposiciones de la lógica están todas al mismo nivel.

5.454 En lógica no hay vecindad, no puede haber clasificación alguna.

En lógica no puede haber algo más general ni algo más especial.

5.4541 Las soluciones a los problemas lógicos tienen que ser sencillas, pues son ellas las que establecen el estándar de sencillez.

Los hombres han tenido siempre el presentimiento de que ha de haber un dominio de preguntas cuyas respuestas —*a priori*— son simétricas y se encuentran agrupadas en una conformación cerrada, regular.

Un ámbito en el que valga el principio: *Simplex sigillum veri.*

▼ La idea de que el mundo presenta un orden *a priori* no es sólo un rasgo característico de la lógica. La metafísica clásica está fascinada también por la idea de sistema, por el dominio de preguntas que tienen respuestas *a priori* que «son simétricas y se encuentran agrupadas en una conformación cerrada, regular».

«La simplicidad es el sello de la verdad», aforismo que usaba como divisa el médico y profesor de botánica y medicina en la Universidad de Leyden (Holanda) Herman Boerhaave (1668-1738). A Boerhaave se le atribuye la instauración de la enseñanza de la medicina mediante clases prácticas al lado de los pacientes. Su fama llegó a ser enorme en toda Europa y dejó una impronta muy duradera en la enseñanza de la medicina, de modo particular en Escocia, Alemania y en la propia Viena.

5.46 Si se introdujeran correctamente los signos lógicos, se introducirían ya al mismo tiempo el sentido de todas sus combinaciones; por consiguiente, no sólo «$p \vee q$», sino también «$\sim(p \vee \sim q)$», etc. También se tendrían que haber introducido al mismo tiempo el efecto de todas las posibles combinaciones de paréntesis. Y con ello se habría puesto en claro que los signos primitivos generales propiamente dichos no son «$p \vee q$», «$(\exists x).fx$», etc., sino la forma más general de sus combinaciones.

▼ En 5.451 Wittgenstein defiende que si se introduce en lógica un concepto genuinamente primitivo, ha de introducirse con reglas que valgan para cualquier combinación en la que aparezca. Supongamos por un momento que las conectivas lógicas y los cuantificadores fueran signos genuinamente primitivos; al introducirlos necesitaríamos también introducir de una vez reglas para los paréntesis que incluyeran los efectos de todas sus posibles combinaciones. Pero entonces esto mostraría a las claras que las conectivas y los cuantificadores no son signos primitivos, pues las distintas posiciones de los paréntesis *también* tienen influencia en el sentido total de las expresiones en las que aparecen. De modo que una característica del simbolismo nos muestra nuevamente un rasgo real de las conectivas: que son *pseudorrelaciones* (5.461).

5.461 Es plenamente significativo el hecho aparentemente irrelevante de que las pseudorrelaciones lógicas, como v y ⊃, al contrario que las relaciones reales, necesiten paréntesis.

De hecho, el uso de paréntesis con esos signos aparentemente primitivos indica ya que éstos no son realmente signos primitivos. Y, ciertamente, nadie creerá que los paréntesis tienen un significado independiente.

5.4611 Los signos de operaciones lógicas son signos de puntuación.

▼ Si escribimos «$p \supset$ «q» como «($VVFV$) (p, q)» podemos ver gráficamente que lo que esta operación sobre «p» y «q» señala es una disposición particular de los valores que toman cada una de las asignaciones veritativas de la pareja de proposiciones elementales «p» y «q», aquello de lo que trata el complejo. Por ejemplo, «p v q» señala otra disposición para las mismas proposiciones elementales «($VVVF$) (p, q)» que, naturalmente, tiene efectos para su sentido. Compárense, por ejemplo, las expresiones «es una santa católica y apostólica» con «es una, santa, católica y apostólica»: ambas expresiones *contienen lo mismo*, pero los signos de puntuación (o la ausencia de ellos) hacen cambiar el sentido del complejo. A la vista de esto, considérese, por ejemplo, la diferencia entre «$\sim p \,.\, q$» y «$\sim(p \,.\, q)$» y nos daremos cuenta de cuán cerca están los paréntesis tanto de los signos de puntuación como de los signos de operaciones lógicas.

5.47 Es claro que todo lo que, de cualquier modo, puede decirse *de antemano* sobre la forma de todas las proposiciones, tiene que poder decirse *de golpe*. En una proposición elemental están contenidas ya todas las operaciones lógicas. Pues «fa» dice lo mismo que

$$«(\exists x).fx \,.\, x = fa».$$

Donde hay composición, hay también argumento y función, y, donde éstos están, tenemos ya todas las constantes lógicas.

Podría decirse: la única constante lógica es la que *todas* las proposiciones, por su propia naturaleza, tienen en común entre sí.

Pero esto es la forma general de la proposición.

▼ Véase 4.5 para el inicio del tratamiento de la forma general de la proposición y, más adelante, 6-6.01. El párrafo siguiente, 5.472, es una reformulación de la última proposición de este párrafo.

5.471 La forma general de la proposición es la esencia de la proposición.

▼ Véase 3.341: lo que es esencial a la proposición es lo que tienen en común todas las proposiciones que pueden expresar el mismo sentido.

5.4711 Dar la esencia de la proposición quiere decir dar la esencia de toda descripción, por tanto la esencia del mundo.

▼ Pues si damos la esencia de toda proposición, damos lo que toda proposición ha de tener en común con lo que es el caso, los hechos, para poder figurarlos. Dado que el mundo es lo que es el caso, dar la esencia de toda proposición es dar la esencia del mundo.

5.472 La descripción de la forma más general de la proposición es la descripción del único signo primitivo general de la lógica.

5.473 La lógica ha de preocuparse de sí misma.

Un signo *posible* tiene también que poder tener significación. Todo lo que es posible en lógica, también está permitido. («Sócrates es idéntico» no quiere decir nada porque no hay propiedad alguna denominada «idéntico». La proposición es un sinsentido porque no hemos concertado respecto de ella ninguna determinación arbitraria, pero no porque en sí y por sí el símbolo fuera ilegítimo.)

En cierto sentido, no podemos cometer errores en lógica.

▼ La famosa observación de que la lógica debe preocuparse de sí misma está presente de una u otra forma a lo largo del *Tractatus* y pertenece a la misma constelación que las afirmaciones de Wittgenstein acerca de, por ejemplo, la forma lógica. Una proposición tiene una forma lógica que, a su vez, refleja la forma lógica de los hechos. Es cierto que para que una proposición tenga sentido es necesario que existan correlaciones entre los elementos constituyentes de las proposiciones elementales —los nombres— y los objetos; estas correlaciones pueden muy bien ser convencionales, pero esto no hace que la estructura lógica de la proposición formada por la concatenación de nombres *sea también convencional* pues, una vez que hemos fijado el significado de los signos, la cuestión de cómo se va a usar el signo en el futuro ya no es convencional, sino que viene dictada por la lógica. Dicho de otra manera: no está en nuestras manos el decidir qué reglas van a gobernar el uso de los signos, pues sólo podemos usar para hacer figuras de los hechos aquellas que reflejan la estructura lógica del mundo. El que la lógica deba preocuparse de sí misma es sólo una manera incisiva de decir que no podemos entrometernos —estableciendo convenciones o tomado decisiones arbitrarias— en la lógica. Del mismo modo, tampoco podemos inmiscuirnos en la esencia de la figuración. Es en este sentido en el que no podemos cometer errores en lógica. ¿Qué sucede entonces con la proposición «Sócrates es idéntico»? Stenius [Stenius (1960), pp. 192 ss.] defiende que lo que probablemente quiere decir Wittgenstein es que no hay necesidad de afirmar que esta proposición es incorrecta de acuerdo con la sintaxis lógica. La razón por la que esta proposición es un sinsentido resulta del hecho de que no le hemos asignado un significado en *esta combinación sintáctica particular*. Efectivamente, «idéntico» sí tiene un significado cuando se usa en ciertas combinaciones sintácticas, pero de ahí no se sigue que lo tenga en *cualquier* combinación sintáctica, pues el cambio de combinación sintáctica exige cambio de simbolización. Esto es lo que tiene que suceder en un lenguaje que tenga sintaxis lógica —aunque no siempre suceda en el lenguaje ordinario— de modo que el filósofo que trabaja con estos lenguajes puede cometer errores de bulto si pasa por alto esta circunstancia. Pero en un lenguaje que tenga sintaxis lógica simplemente no es posible que aparezcan proposiciones como «Sócrates es idéntico» pues eso querría decir que tenemos un signo cuyo significado no encaja con su función sintáctica y eso es lo mismo que decir que tal lenguaje no tiene sintaxis lógica. Puesto que no podemos dar a un signo un sentido incorrecto (5.4732), se sigue que, en este sentido, tampoco podemos cometer errores en lógica.

5.4731 La evidencia ineludible, de la que tanto habló Russell, sólo puede llegar a ser superflua en lógica porque el propio lenguaje evita todo error lógico. — Que la lógica sea *a priori* consiste en que no *se puede* pensar nada ilógico.

5.4732 No podemos dar a un signo un sentido incorrecto.

5.47321 La divisa de Occam no es, desde luego, una regla arbitraria o una regla que alcance justificación por su éxito práctico: su intención es decir que las unidades de un sistema de signos que son *innecesarias* no significan nada.

Los signos que cumplen *una y la misma* finalidad son lógicamente equivalentes, y los que *no* cumplen finalidad *alguna* carecen lógicamente de significado.

▼ Véase 3.328 para el sentido de la divisa de Occam: el criterio de significatividad como aplicación de los signos.

5.4733 Frege dice: cualquier proposición legítimamente formada tiene que tener un sentido; y yo digo: cualquier proposición posible está legítimamente formada, y si no tiene sentido esto sólo puede ser consecuencia de que no hemos dado *significado* a alguna de sus partes constituyentes.

(Incluso si creemos habérselo dado.)

Así pues, «Sócrates es idéntico» no dice nada porque no hemos dado a la palabra «idéntico» *ningún* significado como *adjetivo*. Pues, cuando aparece como signo de identidad, simboliza de un modo y manera completamente distintos —la relación de significación es diferente—; por ello, el símbolo también es completamente distinto en los dos casos: ambos símbolos tienen en común sólo, y por un accidente, el signo.

▼ Observación conectada con 5.473. Nuevamente, no hemos de dar por sentado que se le ha dado un significado a «idéntico» en cualquier combinación sintáctica porque se lo hayamos dado en una combinación sintáctica particular. En un lenguaje lógicamente perspicuo tendríamos signos distintos para su aparición en combinaciones sintácticas distintas donde el signo es diferentes símbolos, y es justamente por eso por lo que no hay posibilidad de error. Pero en el lenguaje ordina-

rio, la diferencia en los símbolos no está reflejada en los signos y podemos creer falsamente —de ahí el peligro filosófico— que signos que accidentalmente coinciden y que, de hecho, son símbolos distintos, son sin embargo *siempre* el mismo símbolo. Si eso sucede, tenemos sinsentidos y su razón de ser es que creemos erróneamente que hemos dado significado a una de las partes constitutivas de la proposición cuando no se la hemos dado (o se la hemos dado para su aparición en determinada combinación particular). Así, en «Sócrates es idéntico» creemos que hemos dado significado a «idéntico» como adjetivo y sólo se lo hemos dado como signo de identidad.

5.474 El número de operaciones fundamentales necesarias depende *sólo* de nuestra notación.

▼ Puesto que podemos elegir entre distintos tipos de notación, tal elección conlleva también la determinación de las operaciones fundamentales en *esa* notación. Y esto quiere decir que no hay operaciones esencialmente fundamentales y esencialmente derivadas, sino que sólo son fundamentales y derivadas *una vez* elegida una notación determinada.

5.475 Sólo se precisa conformar un sistema de signos con un número determinado de dimensiones, de una multiplicidad matemática determinada.

5.476 Es claro que de lo que se trata aquí no es de un cierto número de *conceptos primitivos* que tienen que tener significación, sino más bien de la expresión de una regla.

▼ Aunque la elección de una notación es arbitraria, ya no es arbitrario que, una vez elegida, valgan de manera general las interrelaciones de sus elementos. Así habrá una regla de acuerdo con la que se formarán todas las proposiciones que niegan *p*, que afirman «*p*», que afirman «*p* o *q*», «*p* implica *q*», etc., que tendrán efectos equivalentes en todas las notaciones posibles. Tales reglas son los símbolos comunes a diferentes notaciones (5.514).

5.5 Toda función de verdad es un resultado de aplicaciones sucesivas de la operación

«(-----V) (ξ, ...)»

a proposiciones elementales.

Esta operación niega todas las proposiciones encerradas en el paréntesis derecho y la denomino la negación de estas proposiciones.

▼ Lo que está encerrado en el paréntesis izquierdo ha de leerse como (*FFFV*) (Wittgenstein usa aquí la notación de 4.442 en la que se omiten las «*F*»). «ξ» está por un conjunto de proposiciones, en este caso el conjunto formado por «*p*, *q*». De modo que la operación puede escribirse, en el simbolismo más habitual «(*FFFV*) (*p*, *q*)» y es la negación conjunta de «*p*» y «*q*», «~*p*. ~*q*» o también «~(*p* v *q*)» (negación de la disyunción). Ésta es, por otra parte, una de las dos conectivas binarias que funciona como única conectiva «primitiva» de la lógica proposicional. En un fragmento de 1880, no publicado hasta 1933, Peirce había contemplado la posibilidad de una única conectiva primitiva para el cálculo proposicional. Fue Sheffer quien, sin conocer el hallazgo de Peirce, publicó por vez primera este descubrimiento en un artículo aparecido en 1913 en la revista *Transactions of the American Mathematical Society*. A este descubrimiento se refiere Russell en el prólogo al *Tractatus* cuando afirma: «El Dr. Sheffer ha mostrado [...] que todas las funciones de verdad de un conjunto dado de proposiciones pueden construirse a partir de cualquiera de estas dos funciones: "no-*p* o no-*q*" o "no-*p* y no-*q*"». La primera de esas funciones es la que se conoce como «functor de Sheffer» o negación de la conjunción y suele simbolizarse por medio de la denominada «barra de Sheffer» que fue introducida por Nicod en 1917 en un artículo en el que se usa un único axioma para el cálculo proposicional. Así, la notación para «~(*p* . *q*)» actualmente más usual es «*p*|*q*». La negación de la conjunción no debe confundirse con la negación conjunta («ni *p* ni *q*») —«~*p* . ~*q*»— o negación de la disyunción—«~(*p* v *q*)»— también conocida como «functor de Peirce» cuya expresión simbólica más generalizada en nuestros días es «*p*↓*q*». Dicho sea de paso, ésta es la conectiva que Wittgenstein representa precisamente en 5.101 como «*p*|*q*» (probablemente no conocía el artículo de Nicod) y la que usa en su tratamiento de la forma general de la proposición.

5.501 A una expresión que va entre paréntesis cuyos términos sean proposiciones la indico —si el orden de los términos que van entre paréntesis es indiferente— mediante un signo de la forma «($\bar{\xi}$)». «ξ» es una variable cuyos valores son los términos de la expresión que va entre paréntesis; y el trazo que va encima de la variable indica que ésta es representante de todos sus valores en el paréntesis.

(Así pues, si ξ tiene, por ejemplo, los tres valores *P*, *Q*, *R*, entonces

$$(\bar{\xi}) = (P, Q, R).)$$

Los valores de las variables están sujetos a estipulación.

La estipulación es la descripción de las proposiciones de las que la variable es representante.

No es esencial el cómo se lleve a cabo la descripción de los términos de la expresión que va entre paréntesis.

Podemos distinguir tres géneros de descripción: 1. La enumeración directa. En este caso, podemos colocar simplemente en el lugar de la variable sus valores constantes. 2. La indicación de una función fx cuyos valores para todos los valores de x son las proposiciones que se han de describir. 3. La indicación de una ley formal de acuerdo con la que se forman esas proposiciones. En este caso, los términos de la expresión que va entre paréntesis son, todos ellos, los términos de una serie de formas.

▼ Véase 3.317 para la estipulación de los valores de las variables.

5.502 Por ello escribo «$N(\bar{\xi})$», en lugar de «(-----V)(ξ, ...)».

$N(\bar{\xi})$ es la negación de todos los valores de la variable proposicional ξ.

▼ Una simplificación de la notación introducida en 5.5. «N» funciona aquí de manera similar a la negación conjunta o negación de la disyunción a la que hemos aludido anteriormente en la nota bajo 5.5.

5.503 Es evidente que cabe expresar con facilidad cómo pueden formarse proposiciones con esta operación y cómo no han de formarse proposiciones con ella; por ello esto tiene que poder encontrar también una expresión exacta.

5.51 Si ξ tiene un solo valor, entonces $N(\bar{\xi}) = \sim p$ (no p); si tiene dos valores, entonces $N(\bar{\xi}) = \sim p. \sim q$ (ni p, ni q).

▼ En la notación habitual de Wittgenstein $N(\bar{\xi})$, cuando ξ tiene un solo valor, es (FV) (p), $N(\bar{\xi})$, cuando ξ tiene dos valores, es $(FVVV)$ (p, q), etc.

5.511 ¿Cómo puede utilizar la omnicomprensiva lógica, espejo del mundo, tan especiales garabatos y manipulaciones? Sólo en la medida en que todos ellos están entretejidos en una infinita y fina red, en el gran espejo.

5.512 «$\sim p$» es verdadera cuando «p» es falsa. De este modo, en la proposición verdadera «$\sim p$», «p» es una proposición falsa. ¿Cómo puede entonces el trazo «$\sim$» hacerla casar con la realidad?

Pero lo que niega en «$\sim p$» no es «$\sim$» sino aquello que es común a todos los signos de esta notación que niegan p.

Se trata, por tanto, de la regla común de acuerdo con la que se forma «$\sim p$», «$\sim \sim \sim p$», «$\sim p \vee \sim p$», «$\sim p. \sim p$», etc., etc. (*ad infinitum*). Y esto que es común lo refleja la negación.

▼ Véanse 3.341 y 3.3411 para lo que es común a signos que son el mismo símbolo. Lo que es común a todas las notaciones de las funciones de verdad que expresan el mismo símbolo es que tienen la posibilidad de traducirse entre sí. La idea que se maneja aquí es la siguiente: tomemos la proposición «El gato está sobre el tejado» (p), que suponemos a efectos expositivos que es una proposición elemental, e imaginemos que para comunicar esto en vez del lenguaje usamos unas cartulinas en donde hay pintados dos elementos, uno representativo del gato (digamos un cono) y otro del tejado (digamos un rectángulo). Para decir que el gato está encima del tejado muestro simplemente una cartulina en la que el cono está pintado sobre el rectángulo. Podríamos pensar que si quiero decir que el gato no está sobre el tejado cabría mostrar *cualquier* cartulina que contuviese el cono y el rectángulo en cualquier posición relativa excepto aquella que tiene pintado el cono encima del rectángulo. Ahora bien, aunque es verdad que en cualquiera de esas cartulinas no se representa un gato encima del tejado, tampoco es cierto que alguna de ellas diga estrictamente que el gato *no* está encima del tejado. Si

cumplen la condición impuesta dirán que el gato está debajo, al lado, a la izquierda, a la derecha, etc., del tejado. Para decir que el gato no está encima del tejado necesito un nuevo dispositivo; por ejemplo podemos convenir que presentar boca abajo la cartulina que pinta el cono encima del rectángulo es decir que el gato *no* está encima del tejado (que obviamente no es lo mismo que decir que el gato está debajo, al lado, a la izquierda, a la derecha, etc., del tejado). Pues bien, si el hecho de que el gato está encima del tejado lo expreso mediante la proposición «*p*», el efecto de poner boca abajo la cartulina puede conseguirse anteponiendo «~» a «*p*». Pero ambas notaciones para la negación son fácilmente traducibles: si quiero darle la vuelta al sentido de una proposición sólo tengo que añadirle «~»; si quiero darle la vuelta al sentido de la figura en la cartulina sólo tengo que ponerla boca abajo. [Y si le doy una nueva vuelta al resultado obtenido al darle la vuelta por vez primera, vuelvo a la situación de partida; lo mismo que si añado un nuevo signo «~» a «~*p*»; esto muestra nuevamente (4.0621) que una figura y su negación tienen diferente sentido, pero que les corresponde una y la misma realidad.] Es obvio que lo *común* a los diferentes signos de negación es *invertir* el sentido de la figura original. De modo similar se puede comprobar lo que es común a otras conectivas.

No me resisto a incluir aquí la observación de Ramsey en su recensión sobre del *Tractatus* [en F. Ramsey (1931), *The Foundations of Mathematics*, Harcourt Brace/Kegan Paul, Nueva York/Londres, p. 279]. Ramsey hace referencia al hecho de que «lo común» que refleja la negación no lo refleja del modo en que, por ejemplo, la conjunción de dos proposiciones refleja la conjunción de sus sentidos: «No puedo entender cómo esto [lo común] lo refleja la negación. Ciertamente no lo hace de la manera simple en que la conjunción de dos proposiciones refleja la conjunción de sus sentidos. Esta diferencia entre la conjunción y las otras funciones de verdad puede verse en el hecho de que creer *p* y *q* es creer *p* y creer *q*; pero creer *p* o *q* no es lo mismo que creer *p* o creer *q*, ni creer no-*p* es lo mismo que no creer *p*.»

5.513 Se podría decir: lo común a todos los símbolos que afirman tanto *p* como *q* es la proposición «*p*. *q*». Lo que es común a todos los símbolos que afirman *p* o *q* es la proposición «*p* v *q*».

Y de este modo puede decirse: dos proposiciones se oponen entre sí cuando no tienen nada en común; y: toda proposición tiene sólo una negativa, pues sólo hay una proposición que se encuentre totalmente fuera de ella.

Es también manifiesto en la notación de Russell que «*q*:*p* v ~*p*» dice lo mismo que «*q*»; que «*p* v ~*p*» no dice nada.

5.514 Una vez que se establece una notación habrá en ella una regla de acuerdo con la que se formarán todas las proposiciones que niegan *p*, una regla de acuerdo con la cual se formarán todas las proposiciones que afirman *p*, una regla de acuerdo con la cual se formarán todas las proposiciones que afirman *p* o *q*, y así sucesivamente. Estas reglas son equivalentes a los símbolos y en ellas se refleja su sentido.

5.515 Ha de ponerse de manifiesto en nuestros símbolos que lo que está combinado mediante «v», «.», etc. han de ser proposiciones.

Y esto es en efecto así, pues el símbolo «*p*» y «*q*» presupone ya «v» «~», etc. Si el signo «*p*» en «*p* v *q*» no está por un signo complejo, entonces no puede tener sentido por sí solo; pero entonces tampoco pueden tener sentido alguno los signos «*p* v *p*», «*p*. *p*», etc. que tienen igual sentido que «*p*». Pero si «*p* v *p*» no tiene sentido alguno, entonces tampoco puede tenerlo «*p* v *q*».

5.5151 ¿Tiene que formarse el signo de la proposición negativa con el signo de la positiva? ¿Por qué no habría de poder expresarse una proposición negativa mediante un hecho negativo? (Por ejemplo: si «*a*» no está en una determinada relación con «*b*», esto podría expresar que *aRb* no es el caso.)

Pero incluso aquí la proposición negativa se forma de manera indirecta mediante la positiva.

La *proposición* positiva tiene que presuponer la existencia de la *proposición* negativa y a la inversa.

▼ Véase el comentario a 5.512. La proposición «El gato está debajo del tejado» *no representa* al gato encima del tejado, pero *tampoco dice* que el gato no está encima del tejado. La única manera que tengo de decir esto último es teniendo en cuenta

la proposición positiva y dándole la vuelta; por eso es necesario que la proposición negativa se forme de manera indirecta mediante la positiva. La proposición positiva y la negativa se presuponen.

5.52 Si los valores de ξ son todos los valores de una función fx para todos los valores de x, entonces $N(\bar{\xi}) = \sim(\exists x).fx$.

▼ Véanse 5.501, 5.502 para la notación especial de Wittgenstein. El sentido de la fórmula contenida en este punto es el siguiente. Tomemos el predicado «ser un unicornio» que escribiremos como Ux. $\bar{\xi}$ es una variable cuyos valores son, si $\xi = Ux$, todos los valores de la función (el trazo encima de ξ representa que los valores de x son todos los valores de la variable). Entonces, la operación $N(\bar{\xi})$ da como resultado $\sim(\exists x).\ Ux$ (esto es: no hay unicornios), pues tal operación es la negación conjunta de todos los valores de Ux: ($\sim Ua.\sim Ub.\sim Uc$... etc.), esto es: ni a es un unicornio, ni b es un unicornio, ni c es un unicornio y así sucesivamente. Puesto que el resultado de aplicar $N(\bar{\xi})$ a todas las proposiciones que son valores de Ux es que Ux es falsa para todos los valores de x, esto es: cuando no hay unicornios, $N(\bar{\xi})$ equivale a «No hay unicornios» [$\sim(\exists x).\ Ux$]. A su vez, $\sim(\exists x).\ Ux$ equivale a $(x).\sim Ux$. (nada es un unicornio); si ξ es ahora esta proposición, $N(\bar{\xi})$ da como resultado $\sim(x).\sim Ux$ que es trivialmente equivalente a $(\exists x).\ Ux$. Si hubiéramos partido de $\sim Ux$ hubiéramos llegado por aplicación de $N(\bar{\xi})$ a Ux es verdadera para todos los valores de x; o $(x).\ Ux$ (todos los objetos del mundo son unicornios). Nótese también que esta explicación hace que se pueda aplicar de manera uniforme 5: toda proposición es una función de verdad de proposiciones elementales pues la operación $N(\bar{\xi})$ se aplica también del mismo modo; la única diferencia es que en el caso de la generalidad las proposiciones que hacen de base se especifican como el conjunto de valores de ξ.

5.521 Separo el concepto *todo* de las funciones de verdad.

Frege y Russell introdujeron la generalidad en conexión con el producto o la suma lógicos. Así, resultaba difícil entender las proposiciones «$(\exists x).\ fx$» y «$(x).fx$», en las que las dos ideas se encuentran encerradas.

▼ En este párrafo Wittgenstein empieza a explicar —debe reconocerse que de una manera bastante críptica— la peculiaridad de su concepción de la generalidad lógica. En primer lugar afirma que separa el concepto *todo* de las funciones de verdad y atribuye a Frege y a Russell la introducción de la generalidad en conexión

con la suma y el producto lógicos (disyunción y conjunción, respectivamente). La idea a la que Wittgenstein quiere plantear una alternativa es la de identificar el cuantificador universal con la conjunción iterada de los valores de la variable proposicional y al particularizador con su disyunción. Esto es: si «*Mx*» es el predicado «*x* es material», «(*x*). *Mx*» (todo es material) se derivaría de «*Ma. Mb. Mc*», etc., y «(∃*x*) *Mx*» (algunas cosas son materiales) se derivaría de «*Ma* v *Mb* v *Mc* v», etc. Al contrario, el método de Wittgenstein consiste en introducir la generalidad por medio de la especificación de las proposiciones que son valores de la función proposicional, esto es: cuando digo «Todo es material» [(*x*). *Mx*] he especificado un conjunto de proposiciones mediante la función *Mx* pero *sin tener que ir recorriendo esas proposiciones una por una*. Esto es posible porque (5.523) el signo de generalidad hace su entrada en escena como argumento. Esto no quiere decir obviamente que los signos «(*x*)» o «(∃*x*)» aparezcan como argumentos —algo así como el absurdo «*M*(∃*x*)»—, sino que es la segunda variable en, por ejemplo, «(*x*). «*Mx*» la que funciona como signo de generalidad o, si se quiere, la generalidad *viene ya con la variable*. En la cuantificación universal anterior «*Mx*» es *una protofigura de las proposiciones que son sus valores* y, como tal, está ligada a ellas exhibiendo una forma lógica común. Ahora se ve por qué el método de Frege y Russell para explicar la generalidad no funciona. Si intento explicar la generalidad por medio de una conjunción o disyunción iteradas, los miembros de esas conjunciones o disyunciones son ya instancias de una protofigura y, por tanto, contienen ya cierta generalidad. Pero si esto es así, explicar la generalidad por medio de ellas es simplemente una petición de principio.

5.522 Lo peculiar del signo de generalidad es, en primer lugar, que señala hacia una protofigura y, en segundo lugar, que otorga preeminencia a las constantes.

5.523 El signo de generalidad entra en escena como argumento.

5.524 Si se dan los objetos, se nos dan ya en virtud de ello *todos* los objetos.

Si se dan las proposiciones elementales, se nos dan ya en virtud de ello *todas* las proposiciones elementales.

▼ Pues, si una protofigura contiene ya de manera «embrionaria» la forma de los objetos que encajan en ella, una vez que se nos da esa forma tenemos ya la forma de todos los objetos y con ello sus posibilidades de combinación que dan lugar a los estados de cosas. Por un razonamiento semejante, si se nos dan las proposiciones ele-

mentales se nos dan ya todas las proposiciones elementales [véase Anscombe (1959), pp. 144-145].

5.525 Es incorrecto, como hace Russell, verter la proposición «$(\exists x).fx$» en las palabras «fx es posible».

La certeza, posibilidad o imposibilidad de una situación no se expresa mediante una proposición, sino por medio de que una expresión sea una tautología, una proposición con sentido o una contradicción.

Aquel precedente al que uno quisiera siempre apelar, tiene que estar ya en el símbolo mismo.

▼ Si uno dice que una proposición es posible si es algunas veces verdadera, necesaria si siempre es verdadera e imposible si siempre es falsa —concepción que defiende Russell—, entonces «$(\exists x).fx$» se traduce como «fx es posible». Pero, como señala Black, esta posición tiene muchas dificultades; por ejemplo: si hacemos que las proposiciones «Hay un hombre que se sabe el *Quijote* de memoria» y «Es posible que un hombre sepa el *Quijote* de memoria» tengan el mismo significado nos encontraremos con que esta última proposición será verdadera aunque nadie nunca haya sabido ni sepa el *Quijote* de memoria. Por otra parte, Wittgenstein está interesado en la generalidad esencial, no en la de proposiciones tales como «Todos los hombres son mortales» cuya generalidad es accidental (véase 6.1232). Para las relaciones entre probabilidad y «posible», «necesario» e «imposible» véase 4.464.

Por otra parte, que el precedente al que queremos apelar tiene que estar ya en el símbolo mismo quiere decir: si el símbolo tiene sentido esto quiere decir que representa una situación posible. «p puede ser verdadera» quiere decir «La expresión "p" tiene sentido».

5.526 Se puede describir el mundo totalmente por medio de proposiciones completamente generalizadas, esto es: sin coordinar por tanto de antemano ningún nombre con un objeto determinado.

Y después, para llegar a la manera habitual de expresarse, a continuación de una expresión como «Hay un y sólo un x tal que...», se tiene que decir simplemente: «y ese x es a».

▼ Una proposición completamente generalizada es aquella en la que no aparece ninguna constante al haber sido reemplazadas todas ellas por variables ligadas. Por ejemplo: «$(\exists x, \phi). \phi x$»; si parto de la proposición «Picasso es un pintor», la proposición completamente generalizada anterior diría: «Hay al menos un objeto y una propiedad y ese objeto tiene al menos esa propiedad».

En este párrafo se hace la aparentemente extraña afirmación de que el mundo puede ser descrito en su totalidad por proposiciones completamente generales. Ahora bien, ¿cómo es posible esto si las proposiciones completamente generales carecen de nombres y las proposiciones son figuras de la realidad en virtud de que sus partes constituyentes, los nombres, actúan como representantes de objetos? La respuesta de Wittgenstein aparece en el párrafo siguiente (5.5261): las proposiciones completamente generalizadas representan la realidad en virtud de que, como las demás proposiciones, son compuestas y sus partes están en relaciones de significación con el mundo. Ahora bien, como observa Fogelin [Fogelin (1995), pp. 67 ss.], lo más probable es que esta respuesta nos deje insatisfechos. Pues aunque una proposición completamente generalizada pueda hablar del mundo, no puede decir todo lo que las proposiciones que contienen nombres dicen: en particular no puede decir que un objeto particular tiene determinada característica particular. A esta objeción cabría responder que, si bien no podemos decir con proposiciones completamente generalizadas qué objeto particular es el que tiene determinado rasgo, sin embargo esto no supone una *pérdida descriptiva*: nombrar no equivale a describir e identificar objetos (en el sentido del *Tractatus*) no extiende el poder descriptivo de una expresión.

Nótese, no obstante, que, de acuerdo con Wittgenstein, tanto las proposiciones elementales como las generales tienen en común el que ambas pueden describir completamente el mundo (4.26), e incluso las proposiciones elementales tienen cierta generalidad. Las proposiciones elementales son ciertamente las proposiciones más singulares, pero cabe pensar que están compuestas de nombres que significan *objetos formales*, ya que es muy verosímil que Wittgenstein pensase en los objetos como entidades particulares únicas e irrepetibles *sólo* como resultado de combinaciones de formas. De este modo, las proposiciones elementales tendrían ya un carácter general de manera implícita; la misma proposición elemental podría aparecer en múltiples combinaciones diferentes con otras proposiciones elementales y, por consiguiente, en la representación de innumerables estados de cosas distintos en los que entraría en escena lo particular e irrepetible. Habría entonces dos maneras, por así decirlo, de representar el mundo; una particular en la que se usarían nombres de objetos desde el punto de vista formal, y otra general especificando el conjunto de valores de la variable del signo de generalidad. Esto quiere decir que 1) en ambos casos sólo nos acercaríamos a los particulares en, por así decirlo, una segunda instancia —recuérdese que los nombres sólo tienen referencia en la trabazón proposicional (3.3)— y 2) la generalidad que hemos visto que está presente en las protofiguras sería compartida por las propias proposiciones elementales pues los nombres son nombres variables. En otro orden de cosas, Max Black le ve a este párrafo de Wittgenstein *a*) una posible consecuencia indeseable; una descripción en términos exclusivamente generales puede casar con más de un mundo posible y, por ello, no podría expresar en qué difiere el mundo actual de uno alternativo; y *b*) una anticipación del punto de vista muy popular entre los positivistas lógi-

cos, particularmente en el caso de Carnap, de que las proposiciones científicas tratan sólo de la estructura del mundo y no de su contenido.

5.5261 Una proposición completamente generalizada es, como cualquier otra proposición, compuesta. (Esto se muestra en que en «$(\exists x, \phi).\ \phi x$», «$\phi$» y «$x$» han de mencionarse de forma separada. Ambas están, independientemente, en relaciones de significación con el mundo, como sucede con las proposiciones no generalizadas.)

La característica del símbolo compuesto es que tenga algo en común con *otros* símbolos.

5.5262 La verdad o la falsedad de *toda* proposición altera algo en la constitución general del mundo. Y el espacio de juego que la totalidad de las proposiciones elementales deja para su constitución es justamente el mismo que delimitan las proposiciones totalmente generales.

(Si una proposición elemental es verdadera, en cualquier caso ya es verdadera con ello una proposición elemental *más*.)

5.53 Expreso la identidad de objetos con la identidad de signos y no con la ayuda de un signo de identidad. La diferencia de objetos mediante la diferencia de signos.

▼ Wittgenstein está proponiendo aquí una convención al efecto de que signos diferentes tengan significados diferentes y que a la identidad de signos le corresponda identidad de significados. Así, por ejemplo, en vez de escribir «$f(a, b).\ (a = b)$», se escribiría «$f(a, a)$» (5.531). Anscombe, por ejemplo, subraya que esta convención no es planteada por Wittgenstein como una exigencia, sino sólo como una posibilidad. Pero el hecho de que sea posible muestra que el signo de identidad no es una función propiamente dicha; de este modo su uso quedaría proscrito sólo en aquellos casos en los que se intenta que funcione como un signo de función genuino.

Pero la notación de Russell parece exigir el uso del signo de identidad como signo genuino de función para proposiciones como «Hay al menos dos cosas» que se simbolizaría como: «$(\exists x, y)\ Cx.\ Cy.\ x \neq y$». El signo de identidad (la negación de la identidad en este caso) tiene que aparecer porque, de acuerdo con las convenciones

usadas por Russell las funciones Cx y Cy pueden tomar los mismos valores. La convención propuesta por Wittgenstein, sin embargo, haría que la proposición anterior se simbolizase como «$(\exists x, y)\ Cx.\ Cy$» pues las substituciones de x e y *tienen que ser distintas*. Con dificultades no triviales la convención propuesta por Wittgenstein podría funcionar en cuantificación numérica (véanse para las dos notaciones 5.532-5.5321) pero, como señala Fogelin [Fogelin (1995), pp. 73-74], el problema reaparece con *enunciados de identidad puros*, esto es: aquellas ocurrencias de la identidad que no aparecen gobernadas por un predicado, por ejemplo «$a = b$ o $(\exists x).\ x = a$» (5.534). Ahora bien, estos usos del signo de identidad serían eliminables porque, según Wittgenstein, forman parte de proposiciones que «no pueden ni siquiera decirse» (5.534) con lo que, de acuerdo con su concepción, se podría concluir que el signo de identidad no es un constituyente esencial de una notación lógicamente perspicua (5.533).

5.5301 Resulta evidente que la identidad no es una relación entre objetos. Esto se pone en claro si se considera, por ejemplo, la proposición «$(x): fx \supset x = a$». Lo que dice esta proposición es simplemente que sólo a satisface la función f y no que sólo aquellas cosas que tienen una cierta relación con a satisfacen la función f.

Desde luego, podría decirse ahora que sólo a tiene precisamente esa relación con a, pero, para expresarlo, necesitamos el propio signo de identidad.

5.5302 La definición de Russell de «=» no es satisfactoria pues, de acuerdo con ella, no se puede decir que dos objetos tienen todas las propiedades en común. (Incluso si esta proposición jamás es correcta, tiene, con todo, *sentido*.)

▼ La definición russelliana de la identidad en los *Principia* se basa en el principio de identidad de los indiscernibles que afirma que dos cosas son idénticas si no es posible hallar un predicado que las distinga. Wittgenstein rechaza este principio y, por consiguiente, la definición de la identidad de Russell.

5.5303 Dicho sea de paso: decir de *dos* cosas que son idénticas es un sinsentido, y decir de *una* que es idéntica consigo misma es no decir nada en absoluto.

▼ Decir que dos cosas son idénticas es un sinsentido; no hay lugar para ello en un lenguaje como el que Wittgenstein propone; y decir que una es idéntica consigo misma carece de sentido, esto es: no dice nada. Es obvio a partir de esto que ninguna identidad puede ser contingente, todas las identidades son necesarias.

5.531 Por tanto, no escribo «$f(a,b).(a = b)$», sino «$f(a, a)$» (o «$f(b, b)$»). Y no «$f(a, b). \sim a = b$», sino «$f(a, b)$».

5.532 Y análogamente: no escribo «$(\exists x, y).f(x, y).x = y$» sino «$(\exists x).f(x, x)$»; y no «$(\exists x,y).f(x, y). \sim x = y$» sino «$(\exists x, y).f(x, y)$».

(Así en lugar de la proposición russelliana «$(\exists x, y).f(x, y)$» escribo:

$$«(\exists x, y).f(x, y) \ . \vee . \ (\exists x).f(x, x)».)$$

5.5321 Así también, por ejemplo, en lugar de «$(x):fx \supset x = a$», escribimos «$(\exists x).fx \ . \supset . fa : \sim(\exists x, y).fx.fy$».

Y la proposición «*Sólo un x satisface f( )*» reza así: «$(\exists x).fx : \sim(\exists x, y).fx.fy$».

5.533 El signo de identidad no es, por tanto, parte constituyente esencial de una notación conceptual.

5.534 Y vemos ahora que en una notación conceptual correcta pseudoproposiciones como «$a = a$», «$a = b \ . \ b = c \ . \supset a = c$», «$(x). x = x$», «$(\exists x). x = a$», etcétera, no pueden ni siquiera escribirse.

5.535 Con esto se liquidan todos los problemas que estaban anudados a tales pseudoproposiciones.

Todos los problemas que comporta el «Axioma de Infinitud» de Russell pueden ya resolverse aquí.

Lo que el axioma de infinitud pretende decir se expresaría por sí mismo en el lenguaje mediante el hecho de que haya infinitos nombres con distinto significado.

▼ El axioma de infinitud es el dispositivo que garantiza en los *Principia* la existencia de un número suficiente de objetos para definir infinitos enteros. Uno de los problemas que Wittgenstein señala es que el axioma es considerado por Russell como una verdad empírica y su posición es que nada empírico debe mezclarse con cuestiones de lógica («La lógica debe preocuparse de sí misma»). Wittgenstein rechaza este axioma porque, como hemos visto, pertenece al mismo tipo de absurdos que los que intentan decir que hay un número particular de objetos (4.1272). El número de individuos que hay lo muestra el que haya en el lenguaje infinitos nombres con distinto significado. «Hay un objeto» es un sinsentido, pero el que en el lenguaje haya al menos un nombre muestra que hay al menos un objeto. Del mismo modo el hecho de que en el lenguaje haya infinitos nombres muestra que hay infinitos objetos.

5.5351 Hay ciertos casos en los que uno está tentado a usar expresiones de la forma «$a = a$» o «$p \supset p$» y cosas parecidas. De hecho, esto sucede cuando se quiere hablar sobre protofiguras: proposiciones, cosas, etc. Así Russell, en los *Principios de la matemática*, ha vertido en símbolos el sinsentido «p es una proposición» mediante «$p \supset p$» y lo ha colocado como hipótesis ante ciertas proposiciones, de modo que sus lugares de argumento sólo pudieran ser ocupados por proposiciones.

(Es un sinsentido colocar la hipótesis $p \supset p$ delante de una proposición para asegurarle argumentos de la forma correcta, pues la hipótesis, para una no proposición como argumento, no es que sea falsa, es un sinsentido, y porque la propia proposición se convierte en un sinsentido para argumentos de un género incorrecto; por tanto, ésta se preserva tan bien, o tan mal, de los argumentos incorrectos como la hipótesis sinsentido que, con este fin, se le ha puesto a remolque.)

5.5352 Del mismo modo, se querría expresar «No hay *cosas*» mediante «$\sim(\exists x).\ x = x$». Pero, incluso si esto fuera una proposición, ¿no sería también verdadera si, de hecho, «hubiera cosas», pero éstas no fueran idénticas consigo mismas?

▼ Pues si «$\sim(\exists x).\ x = x$» fuera una proposición, tuviera sentido, entonces también lo tendría «$(\exists x).\ x = x$» y tanto la primera expresión como la segunda tendrían que admitir la posibilidad de cosas no idénticas. En ese caso «$\sim(\exists x).\ x = x$» sería verdadera aunque hubiese cosas, a saber: cosas no idénticas. Nótese que todo el argumento descansa en la admisión de que si «$x = x$» tiene sentido, también ha de tenerlo «$x \neq x$», con lo que se admitiría la posibilidad de cosas no idénticas consigo mismas. Véase Black (1964), p. 298.

5.54 En la forma general de la proposición las proposiciones ocurren en otras proposiciones sólo como base de las operaciones veritativas.

5.541 A primera vista parece como si una proposición pudiera ocurrir en otra de una manera distinta.

Particularmente en ciertas formas de proposición en psicología como «*A* cree que *p* es el caso», o «A piensa *p*», etc.

Aquí parece, si el asunto se ve de una manera superficial, como si la proposición *p* estuviera en algún género de relación con un objeto *A*.

(Y en la moderna teoría del conocimiento (Russell, Moore, etc.) estas proposiciones se han concebido efectivamente así.)

▼ Georg Edward Moore (1873-1958), uno de los filósofos ingleses más influyentes del siglo XX, fue *fellow* del Trinity College, Cambridge, entre 1898 y 1904, y profesor de filosofía moral entre 1911 y 1939. Participante activo en la denominada «revuelta realista» en contra de idealismo dominante durante su juventud en las facultades de filosofía británicas, sus artículos «The Nature of Judgment» (1899) y «The Refutation of Idealism» (1903) fueron determinantes para socavar el influjo de la filosofía de Kant y Hegel. Su obra más importante en filosofía moral es *Principia Ethica* (1903) y gran parte de su influencia la ejerció como editor de la revista *Mind* (1921-1947). Cuando Wittgenstein llegó a Cambridge como estudiante asistió a las clases de Moore quien lo tenía en alta estima intelectual. Cuenta Russell que Moore le confesó que sentía siempre que Wittgenstein tenía que tener razón cuando le discutía alguna de sus posiciones. Sin embargo, Wittgenstein, aunque tenía un excelente concepto de Moore como persona, sentía por él cierto desprecio intelectual. Ray Monk cuenta en su biografía de Wittgenstein que éste respondió en los términos siguientes a una pregunta sobre Moore: «¿Moore? Un buen ejemplo de lo lejos que puede llegar un hombre sin un gramo de inteligencia.»

Wittgenstein ha afirmado (5) que toda proposición es una función de verdad de proposiciones elementales. Podemos explicar esto del modo siguiente: las conectivas lógicas son uno de los recursos de los que disponemos para formar proposiciones a partir de proposiciones; de hecho la operación $N(\bar{\xi})$ hace esto, pues forma una proposición nueva tomando como bases otras proposiciones. La característica de las proposiciones así formadas es que son funciones de verdad de las proposiciones elementales que sirven de base a la operación. Eso quiere decir a su vez que los valores de verdad de una proposición compuesta dependen de los valores de verdad de las proposiciones elementales que sirven de base a la operación. Ahora bien, hay operadores como «cree que», «piensa que», «dice que», etc., que también forman proposiciones a partir de proposiciones y donde parece que lo anterior no sucede. Tómese, por ejemplo, «*A* cree que la Tierra es plana»; la proposición componente «La Tierra es plana» es de hecho falsa, pero si es verdad que *A* la cree, la proposición compuesta «*A* cree que la Tierra es plana» es verdadera. Pero supongamos por un momento que la Tierra fuese plana; en ese caso la proposición «La Tierra es plana» sería verdadera, pero la proposición total «*A* cree que la Tierra es plana» sigue siendo verdadera siempre que *A* la crea. Dicho de otra manera: para la verdad de «*A* cree que la Tierra es plana» no importa que la proposición componente «La Tierra es plana» sea verdadera o falsa; y esto lo que quiere decir es que «*A* cree que la Tierra es plana» no es una función de verdad de sus proposiciones componentes. Naturalmente esto plantea a Wittgenstein un dilema si quiere mantener la tesis de la veritativo-funcionalidad: o bien muestra que proposiciones de este tipo son, a pesar de las apariencias, funciones de verdad de sus componentes o bien que son pseudoproposiciones que intentan decir lo que sólo puede mostrarse. Wittgenstein presenta su solución a este problema en el párrafo siguiente. Pero es importante ver el contexto en el cual la plantea: la teoría russelliana del juicio como relación múltiple. Russell había abrazado —con Moore— la teoría del juicio como relación diádica de acuerdo con la cual proposiciones como «Creo que Sócrates bebió la cicuta» involucraban una relación entre un creyente y la proposición «que Sócrates bebió la cicuta». Un hecho se definía como una proposición verdadera, pero como había que buscar un objeto para los juicios falsos —pues un juicio en el que no se juzgue nada no parece ser un juicio—, era necesario admitir, además de los hechos, complejos no fácticos tales como «que la Tierra es plana», «que hay unicornios», etc. El robusto sentido de la realidad del que Russell hacía gala le llevó a plantear una nueva concepción del juicio en la que sus constituyentes eran *a*) el sujeto que juzga y *b*) los elementos de la proposición juzgada que el sujeto dispone en un cierto orden. Así, por ejemplo, la creencia de Otelo de que Desdémona ama a Casio tiene como constituyentes el sujeto —Otelo—, Desdémona, la relación «ama» y Casio que se unen de una manera particular que fragua la relación múltiple del juicio. Esta teoría tiene, sin embargo, varios problemas pero Wittgenstein señaló de modo particular que la teoría de Russell permitía creer sinsentidos, y que si en todo juicio se daba una relación entre un creyente y el contenido de la creencia éste tenía que ser una entidad articulada (y no meramente una lista de elementos) bajo pena de no poder explicar por qué la creencia de Otelo, en el ejemplo anterior, es la de que Desdémona ama a Casio más bien que la de que Casio ama a Desdémona.

5.542 Es claro, sin embargo, que «*A* cree que *p*», «*A* piensa *p*», «*A* dice *p*» son de la forma «"*p*" dice *p*»: y no se trata aquí de una coordinación de un hecho con un objeto, sino de la coordinación de hechos mediante la coordinación de sus objetos.

▼ En primer lugar, veamos cuál es la solución de Wittgenstein al último de los problemas que él señala de la teoría russelliana del juicio como relación múltiple. «*A* cree que *p*» es de la forma « "*p*" dice *p*» y no se trata de la coordinación de un hecho con un objeto, sino de la coordinación de hechos mediante la coordinación de sus objetos. Wittgenstein recuerda aquí que la relación entre una proposición y su sentido es interna: no es la relación entre un nombre y un objeto, sino que una proposición tiene sentido porque los elementos del signo proposicional (que es un hecho) están coordinados con los elementos del hecho que la proposición figura (véase 3.1432). Dicho de otra manera: que una proposición figure la relación de amor entre Desdémona y Casio no se puede explicar sólo teniendo en cuenta los elementos del hecho figurado, pues éstos son *los mismos* que en la relación de amor entre Casio y Desdémona. «Desdémona ama a Casio» y «Casio ama a Desdémona» tienen sentido distinto porque los elementos de la figura, que están por objetos, están dispuestos de manera diferente. Es fácil ver entonces, si el signo proposicional es un hecho que consta de nombres correlacionados con objetos del mundo, cómo «"*p*" dice *p*»: por medio de la correlación entre los objetos que configuran el signo proposicional «*p*» y los que configuran el hecho de que *p*. Ahora bien, ¿cómo puede esto ser equivalente a «*A* cree que *p*»? H. O. Mounce, en *Wittgenstin's Tractatus. An Introduction*, Blackwell, Oxford, 1981, pp. 83-86, ofrece una sencilla explicación. De hecho «A cree que *p*» y «"*p*" dice *p*» no son equivalentes; pero «"*p*" dice *p*» nos da una clave para explicar «*A* cree que *p*»: la relación entre la creencia de *A* y aquello de lo que es creencia es la misma que la que se da entre «*p*» y lo que «*p*» dice. Volvamos a nuestro ejemplo «Otelo cree que Desdémona ama a Casio» para sintetizar la posición de Wittgenstein. En primer lugar, que Otelo crea que Desdémona ama a Casio equivale a que Otelo piense un signo proposicional cuyos elementos están relacionados del modo en que lo están los elementos del hecho («"*p*" dice *p*»). Pero si alguien dice «Otelo cree que Desdémona ama a Casio», lo que intenta es figurar un estado de cosas *diciendo* que Otelo tiene tal pensamiento (por ejemplo, porque Otelo ha aseverado que Desdémona ama a Casio); pero sus palabras no dicen cuál es el contenido de la creencia de Otelo; *muestran* tal contenido diciendo que Otelo piensa tal y tal signo proposicional. Compárese con «Galileo dijo que la Tierra se mueve». «La Tierra se mueve» (un signo proposicional) dice que la Tierra se mueve; si alguien dice «Galileo dijo que la Tierra se mueve» lo que intenta es figurar un estado de cosas *reproduciendo* el signo proposicional que Galileo emitió y *mostrando* con ello el contenido de lo que Galileo dijo. Pero, si esto es así, en «*A* cree que *p*» «*p*» no aparece como signo proposicional usado como proyección de una situación posible (como proposición) y, por ello, «*A* cree que *p*» no es una función de verdad de la proposición «*p*».

5.5421 Esto muestra también que el alma, el sujeto, etc. —tal como se concibe en la psicología superficial de hoy en día—, es un disparate.

Un alma compuesta ya no sería, en efecto, un alma.

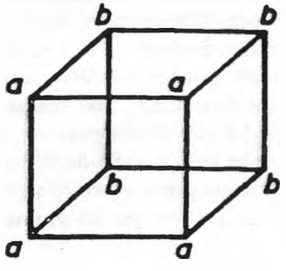
▼ Pues en « "*p*" dice que *p*» «*p*» no puede ser simple, en realidad «*p*» es un hecho y los hechos son, por definición, complejos. Ahora bien, si «*A* cree que *p*» tiene esa forma, entonces *A* no puede ser una entidad simple (un «alma» o un «yo»), esto es: no compuesta. *A* tiene que ser un haz de percepciones al estilo de Hume, un agregado de relaciones entre acontecimientos psíquicos pasados, presentes y futuros de mi cuerpo. No hay nada *simple* que esté detrás de todos ellos.

5.5422 La explicación correcta de la forma de la proposición «*A* juzga *p*» tiene que mostrar que es imposible juzgar un sinsentido. (La teoría de Russell no satisface esta exigencia.)

▼ La teoría russelliana del juicio como relación múltiple no tiene forma de impedir que se construyan proposiciones como «$\sqrt{-1}$ bebe cerveza», puesto que el juicio es una relación que se da entre el que juzga y los elementos del juicio, *sin especificar tipos de elementos y dirección de la relación*. La propuesta de Wittgenstein al exigir un signo proposicional usado como proyección de un hecho posible garantiza sentido al contenido del juicio.

5.5423 Percibir un complejo quiere decir percibir que sus partes constituyentes se relacionan entre sí de esta y aquella manera.

Sin duda, esto explica también que la figura



pueda verse como un cubo de dos modos; y explica todos los fenómenos similares. Pues lo que vemos son, en realidad, dos hechos distintos.

(Si concentro primero mi mirada en los ángulos *a* y sólo miro de reojo los *b*, entonces *a* parece estar delante; y a la inversa.)

5.55 Tenemos ahora que responder *a priori* la pregunta por todas las formas posibles de proposiciones elementales.

Las proposiciones elementales constan de nombres. Pero, dado que no podemos indicar el número de nombres con significados distintos, tampoco podemos indicar la composición de las proposiciones elementales.

▼ Esto es: todo lo que podemos decir *a priori* de las proposiciones elementales es que constan de nombres. Pero, como no podemos dar el número de proposiciones elementales —es, como hemos visto, un sinsentido—, no podemos dar tampoco su composición. En consecuencia, la decisión acerca de las formas de proposiciones elementales que ha de contener una descripción del mundo no se puede tomar teniendo como base el análisis lógico (5.551). Ahora bien, esto no quiere decir que este asunto pueda resolverse apelando a la experiencia, pues, Wittgenstein sostiene que cuando en nuestro razonamiento llegamos a un punto en el que parece que estamos obligados a echar mano de la experiencia para decidir, por ejemplo, acerca de las formas posibles de proposiciones elementales, estamos ante un signo de que nos hemos extraviado. La razón no es difícil de enunciar (5.552): la experiencia puede ayudarnos en aquello que tiene que ver con lo que es el caso, con los hechos. Pero aquí no estamos interesados por cómo están las cosas, sino en lo que son (véase 3.221 para la contraposición entre el «cómo» y el «qué» y, más adelante, 6.44 para su conexión con lo místico). Es por eso por lo que la apelación a la experiencia no surte efecto en este punto: nos las tenemos que haber con una cuestión que precede a cualquier experiencia. Pero si la cuestión acerca de todas las formas posibles de proposiciones elementales no pertenece a la experiencia ni tampoco a la lógica cabe preguntarse, como hace Black, si hay un dominio *a priori* que está situado fuera de la lógica (véase, más adelante, 6.41).

5.551 Nuestro principio fundamental consiste en que toda pregunta cuya respuesta, en suma, pueda decidirse por medio de la lógica, tiene que poder decidirse sin más.

(Y si llegamos a una situación en la que, para responder a tal problema, necesitásemos mirar al mundo, esto mostraría que andamos por senderos radicalmente equivocados.)

5.552 La «experiencia» que necesitamos para entender la lógica no es la de que algo está de esta o de aquella manera, sino la de que *algo* es; pero precisamente esto *no* es *ninguna* experiencia.

La lógica es *previa* a cualquier experiencia —de que algo es *así*.

Es previa al cómo, no al qué.

5.5521 Y, si esto no fuera así, ¿cómo podríamos aplicar la lógica? Podríamos decir: si hubiera una lógica aunque no hubiese ningún mundo, ¿como podría entonces haber una lógica dado que hay un mundo?

▼ Lo que Wittgenstein parece estar diciendo aquí, de manera un tanto críptica, tiene que ver con su «pensamiento fundamental» de que no hay hechos lógicos [véase Anscombe (1959), p. 165]. Aunque la lógica es previa a cualquier experiencia, tampoco podemos concebir la lógica totalmente disociada del mundo, ya que no podríamos explicar su aplicación, no podríamos entender cómo la lógica tiene que ver con las proposiciones que, como sabemos, hablan del mundo. Pues «si hubiera una lógica aunque no hubiese ningún mundo, ¿cómo podría entonces haber una lógica dado que hay un mundo?». Supongamos que hubiese verdades lógicas sin mundo. Habría entonces hechos lógicos que nos servirían de patrón para decidir acerca de la consistencia de las proposiciones en el caso de que hubiera un mundo. Pero si la lógica incluyese hechos con los que tuvieran que ser consistentes los hechos del mundo la lógica ya no sería lógica, pues es a ella a la que le toca decretar la consistencia.

5.553 Russell dijo que había relaciones simples entre distintos números de cosas (individuos). Pero ¿entre qué números? ¿Y cómo ha de decidirse esto? ¿Por la experiencia?

No hay número alguno que tenga preeminencia sobre el resto.

5.554 La indicación de cualquier forma especial sería algo completamente arbitrario.

5.5541 Se supone que se ha de poder indicar *a priori* si, por ejemplo, puedo llegar a una situación en la que tenga que designar algo con un signo de relación de 27 lugares.

5.5542 Pero ¿nos está siquiera permitido hacer una pregunta de este tipo? ¿Podemos establecer la forma de un signo sin saber si le puede corresponder a algo?

¿Tiene sentido la pregunta: qué tiene que *ser* para que algo pueda ser el caso?

5.555 Es claro que tenemos un concepto de proposición elemental independientemente de su forma lógica particular.

Pero allí donde podemos formar símbolos de acuerdo con un sistema, es ese sistema el que es importante desde el punto de vista lógico y no los símbolos particulares.

Y cómo iba a ser posible que, en lógica, me las tuviera que haber con formas que puedo inventar; más bien aquello con lo que tengo que habérmelas es lo que posibilita que me las invente.

▼ Aquello con lo que tengo que habérmelas en lógica no es la notación particular que pueda adoptar sino el sistema que hace posible que me invente las notaciones particulares (véase a este respecto 5.514).

5.556 No puede haber una jerarquía de las formas de las proposiciones elementales. Sólo podemos prever aquello que nosotros mismos construimos.

5.5561 La realidad empírica está delimitada por la totalidad de los objetos. El límite se manifiesta nuevamente en la totalidad de las proposiciones elementales.

Las jerarquías son, y tienen que ser, independientes de la realidad.

▼ Pues los objetos son los componentes de los estados de cosas y llevan inscritos en sí sus posibilidades de combinación en ellos. Los objetos ocurren esencialmente en estados de cosas —lo que es el caso— y todo lo que es el caso puede ser figurado por proposiciones elementales que están compuestas de nombres que hacen las veces de los objetos.

5.5562 Si, a partir de puros fundamentos lógicos, sabemos que tiene que haber proposiciones elementales entonces, cualquiera que entienda las proposiciones en su forma no analizada, tiene que saberlo.

5.5563 De hecho, todas las proposiciones de nuestro lenguaje ordinario están, tal como están, ordenadas de manera lógicamente perfecta. Esta cosa extremadamente simple que hemos de indicar aquí no la apuntamos a modo de parábola de la verdad, sino que es la propia verdad misma.

(Nuestros problemas no son abstractos sino, quizá, los más concretos que hay.)

▼ Este párrafo muestra la equivocación de Russell en el prólogo al *Tractatus* al atribuirle a Wittgenstein la intención de investigar las condiciones para la construcción de un lenguaje lógicamente perfecto. La idea de Wittgenstein es más bien que el lenguaje ordinario está perfectamente ordenado tal como está; lo que sucede es que, en algunos casos, esta ordenación se ve empañada por el modo de expresión y es el análisis lógico el que viene en nuestra ayuda. Pero la lógica toma como base el modo de expresión que ya tenemos y no crea uno particular para ella. La concepción de que debemos construir un lenguaje ideal es rechazada por Wittgenstein por incomprensible. Pues, si el lenguaje ideal ha de expresar lo que ya expresamos mediante el lenguaje ordinario, entonces es superfluo; pero, si intenta decir algo distinto, ¿cómo podríamos darnos cuenta de ello?

5.557 La *aplicación* de la lógica decide qué proposiciones elementales hay.

Lo que reside en su aplicación, la lógica no puede anticiparlo.

Una cosa es clara: la lógica no puede entrar en colisión con sus aplicaciones.

Pero la lógica tiene que estar en contacto con sus aplicaciones.

Por tanto, la lógica y sus aplicaciones no pueden solaparse.

5.5571 Si no puedo indicar *a priori* las proposiciones elementales, entonces tiene que conducir a un sinsentido evidente el querer indicarlas.

5.6 *Los límites de mi lenguaje* significan los límites de mi mundo.

▼ Empieza aquí una de las partes más difíciles y, no es de extrañar, más debatidas del *Tractatus*. Ya en el prefacio Wittgenstein advierte que la aspiración del libro está conectada con el establecimiento de los límites del lenguaje: «El libro quiere trazar un límite al pensar o, mejor dicho, no al pensar sino a la expresión de los pensamientos; porque, para trazar un límite al pensar, tendríamos que poder pensar ambos lados de ese límite (tendríamos que pensar lo que no puede pensarse).» Pero ¿en qué sentido los límites de mi lenguaje son los límites de mi mundo? 5.61 afirma que la lógica llena el mundo y que sus límites son los del mundo; esto es: en lógica no podemos decir que el mundo tiene *esto* y *eso* pero no *aquello*. Naturalmente estos tres demostrativos se refieren a objetos en el sentido del *Tractatus* y no a hechos. Pues supongamos que pudiéramos decir que el mundo *no* contiene este objeto. Para poder hacerlo tendríamos que nombrarlo; pero si usamos un nombre para un objeto el objeto nombrado tiene que existir pues, de lo contrario no sería un nombre (y esto es asunto de lógica). Usar un nombre que no denote un objeto no sería usar un nombre en absoluto; sería como dice Platón en el *Crátilo*, un mero ruido como el que se produce al batir una cacerola. Es en este sentido en el que todos los lenguajes son lógicos —un lenguaje ilógico sería como un nombre sin objeto del que hacer las veces— y las diferencias entre las convenciones de los distintos lenguajes son, en este punto, irrelevantes. Nos encontramos entonces con que el lenguaje y la lógica son, por así decirlo, coextensos y, en ese sentido, los límites de mi lenguaje significan los límites de mi mundo.

5.61 La lógica llena el mundo; los límites del mundo son también sus límites.

Por tanto, en lógica no podemos decir: en el mundo hay esto y eso, pero no aquello.

Esto presupondría, aparentemente, que excluíamos ciertas posibilidades y esto no puede ser el caso, dado que exigiría que la lógica traspasase los límites del mundo; esto es: que pudiera también contemplar esos límites desde el otro lado.

Lo que no podemos pensar no lo podemos pensar; por consiguiente, tampoco podemos *decir* lo que no podemos pensar.

5.62 Esta observación da la clave para tomar una decisión respecto de la pregunta acerca de en qué medida el solipsismo es una verdad.

Pues lo que el solipsismo *quiere decir* es totalmente correcto, sólo que no se puede *decir*, sino que se muestra.

Que el mundo es *mi* mundo es algo que se muestra en que los límites del *lenguaje* (del solo lenguaje que yo entiendo) significan los límites de *mi* mundo.

▼ Hubo durante mucho tiempo un problema de interpretación en la tercera parte de este párrafo. La oración que va entre paréntesis —en alemán «der Sprache, die allein ich verstehe»— puede interpretarse como «el lenguaje que yo sólo entiendo» o «el solo (único) lenguaje que yo entiendo». Hay en la actualidad evidencia suficiente para afirmar que la segunda interpretación es la correcta: Wittgenstein no hace referencia *en este punto* a un lenguaje privado, sino a mi lenguaje entendido como la totalidad de las proposiciones (4.001) y que es «coextenso» con la lógica, por lo que, en lo que sigue, no haré referencia a este asunto. Debe señalarse, sin embargo, que puede haber otras evidencias independientes que lleven a la conclusión de que el lenguaje del *Tractatus* es un lenguaje privado [véase A. García Suárez (1976), *La lógica de la experiencia*, Tecnos, Madrid.] Sólo voy a considerar en este punto dos posibilidades de interpretar la postura de Wittgenstein sobre el solipsismo (sólo existo yo y mis sensaciones): 1) o bien Wittgenstein abraza el solipsismo en el *Tractatus*, si bien afirma que la verdad del solipsismo no puede decirse, sólo se muestra, o bien 2) la segunda lectura del paréntesis establece que no existe conexión entre mi lenguaje (el único lenguaje que yo entiendo) y la postura solipsista. Fogelin [Fogelin (1995), pp. 93-95] por ejemplo, considera que la primera de las posibilidades es la más simple a la vista de los textos de Wittgenstein, pero señala que no se puede aducir ningún texto del *Tractatus* en el que esté fundamentada la privacidad esencial de la concepción del mundo que tiene cada persona. Es más, su tesis es que el *Tractatus* no exige en modo alguno tal privacidad. La segunda posibilidad no exige privacidad, pues sólo reconoce que los límites de mi lenguaje son los lími-

tes de mi mundo en el sentido de que es con mi lenguaje con el que represento el mundo. Ahora bien, eso no excluye que las demás personas hablen el mismo lenguaje y, por tanto, que los límites de su mundo y los del mío coincidan. El problema de esta alternativa es que deja sin explicar los pasajes claramente solipsistas del *Tractatus* (por ejemplo, 5.621, 5.63). A su vez, Mounce [Mounce (1981), pp. 89-93] se inspira en un comentario de Black [Black (1961), p. 308] para hacer la siguiente lectura del espinoso problema del solipsismo. Black afirma que Wittgenstein toma en consideración la posibilidad de un yo transcendental al modo de Schopenhauer en 5.632; se trata de la noción de un yo que no pertenece al mundo, sino que es el límite del mundo y que explica en 5.633 comparándolo con el ojo y el campo visual: del mismo modo que la existencia del campo visual muestra la existencia del ojo, pero el ojo no es un objeto del campo visual, el yo tampoco aparece en el, llamémoslo así, «campo de la conciencia» del mundo porque, como el ojo, es la condición de posibilidad del campo de la conciencia. La consecuencia de ello sería que la filosofía podría trascender las condiciones empíricas del yo y, a pesar de no enunciar nada sobre el yo transcendental, *sí* podría *mostrar* algo sobre él (como el campo visual muestra el ojo). ¿Plantea Wittgenstein esto como algo razonable o sólo como una posición a rechazar? Black considera que Wittgenstein lo plantea sólo a efectos dialécticos, como un ejemplo de aquello a lo que se llega cuando no se respeta la diferencia entre decir y mostrar. Mounce intepreta de modo paralelo la observación de 5.62 «lo que el solipsismo *quiere decir* es totalmente correcto, sólo que no se puede *decir*, sino que se muestra». En este sentido la confusión residiría en el propio solipsismo, no en su expresión; detrás del solipsismo habría entonces una verdad que se muestra, pero no se dice, y el propio solipsismo sería sólo el resultado de querer decirla. El argumento más persuasivo que Mounce usa a favor de su interpretación tiene que ver con la cuestión de los límites del lenguaje. Hemos visto que el lenguaje, esto es: la totalidad de las proposiciones, no puede dejar de ser lógico so pena de dejar de ser lenguaje, y que los límites del mundo y los de la lógica coincidían. Es por eso por lo que, dado que el mundo me es dado en el lenguaje, los límites de mi lenguaje significan los límites de mi mundo y, además, *no hay alternativa*. Mounce lo expresa gráficamente diciendo que tanto el campo visual como el mundo tal como me es dado no tienen «vecinos». Ésta sería la verdad que hay detrás del solipsismo. Pero esto no equivale a la posición solipsista. El solipsista quiere mantener que el mundo (al final los objetos en sus combinaciones) no es real: lo único real es él mismo y sus estados mentales. Ahora bien, de acuerdo con la concepción del *Tractatus*, el yo sólo puede mostrarse a través del mundo; si el mundo es irreal también tiene que serlo el yo. Por eso dice Wittgenstein que el solipsismo, apurado hasta el final de forma estricta, coincide con el puro realismo, pues el solipsista quiere hacer que el mundo se encoja hasta hacerlo coincidir con su yo (5.64). Pero, si el yo sólo puede mostrarse a través de mundo, el solipsista tiene que reconocer al final del viaje que sólo la realidad del mundo puede dar alguna substancia al yo y no precisamente como un objeto.

5.621 El mundo y la vida son todo uno.

5.63 Yo soy mi mundo. (El microcosmos.)

5.631 El sujeto que piensa, que tiene representaciones, no existe.

Si escribiese un libro que tuviera por título *El mundo tal como lo encontré*, tendría que informar en él sobre mi cuerpo y decir qué miembros estaban sujetos a mi voluntad y cuáles no, etc. Ciertamente, éste es un método para aislar al sujeto o, más bien, para mostrar que, en un sentido importante, no hay sujeto alguno. En efecto, es de él de la única cosa que *no* podría hablarse en este libro.

5.632 El sujeto no pertenece al mundo, sino que es más bien un límite del mundo.

5.633 ¿Dónde se ha de apreciar en el mundo un sujeto metafísico?

Dices que se trata aquí de algo completamente semejante al caso del ojo y del campo visual. Pero tú *no* ves realmente el ojo.

Y nada *en el campo visual* permite inferir que es un ojo el que lo ve.

5.6331 Es decir: el campo visual no tiene una forma tal que ésta:

5.634 Esto está conectado con el hecho de que tampoco ninguna parte de nuestra experiencia es *a priori*.

Todo lo que vemos podría también ser de otro modo.

Todo lo que, en suma, podemos describir, también podría ser de otro modo.

No hay orden alguno *a priori* de las cosas.

5.64 Aquí se ve que el solipsismo, apurado hasta el final de forma estricta, coincide con el puro realismo. El yo del solipsismo se contrae hasta un punto sin extensión y queda la realidad coordinada con él.

5.641 Así pues, hay realmente un sentido en el que la filosofía puede hablar del yo de manera no psicológica.

El yo entra en escena en filosofía porque «el mundo es mi mundo».

El yo filosófico no es el hombre, ni el cuerpo humano, ni el alma humana de la que trata la psicología, sino el sujeto metafísico, el límite —no una parte— del mundo.

▼ El sentido en el cual hablamos del yo, en términos schopenhauerianos, como «portador del mundo», como condición de conocimiento de todo objeto. Pero esto excluye que, por ejemplo, el yo pueda identificarse con un cuerpo o con cualquiera de sus partes; un cuerpo o cualquiera de sus partes son objetos que presuponen el yo para poder aparecer como tales objetos. El yo, por tanto, carece de coordenadas espacio-temporales (véase 5.62).

6 La forma general de una función de verdad es $[\bar{p}, \bar{\xi}, N(\bar{\xi})]$.

Ésta es la forma general de una proposición.

▼ En 5.2522 Wittgenstein introduce el signo «$[a, x, O'x]$» para designar el término general de una serie. Esta expresión es una variable donde el primer término es el comienzo de la serie, «x» es la forma de un término seleccionado de manera arbitraria y «O'» es la operación que genera la serie. Aquí tenemos un signo de estructura semejante —«$[\bar{p}, \bar{\xi}, N(\bar{\xi})]$»— donde «$\bar{p}$» es el conjunto de todas las proposiciones elementales, «$\bar{\xi}$» está por una selección arbitraria de variables ya consideradas, y «$N(\bar{\xi})$» es la operación realizada sobre valores de «$\bar{\xi}$» que, como sabemos, es la negación conjunta (5.502). Que esta fórmula sea la forma general de la pro-

posición quiere decir que toda proposición es el resultado de aplicar de manera sucesiva la operación de negación conjunta a proposiciones elementales. Es fácil ver cómo esto puede ser así (véase 5.521 para la expresión de generalidad). Supóngase que aplicamos «$N(\bar{\xi})$» a la proposición elemental «p»; el resultado es (en la notación habitual de Wittgenstein) $(FVFV)$ (p) $[\sim p]$; si la aplicamos a «q», el resultado es $(FFVV)$ (q) $[\sim q]$; si la aplicamos al par de proposiciones elementales «(p, q)», obtenemos $(FFFV)$ (p, q) $[\sim p. \sim p \text{ o } \sim(p \text{ v } q)]$; si a, su vez, aplicamos de nuevo «$N(\bar{\xi})$» a este resultado, obtenemos $(VVVF)$ (p, q), $[p \text{ v } q]$; y así sucesivamente.

6.001 Esto no dice sino que toda proposición es un resultado de aplicaciones sucesivas de la operación $N(\bar{\xi})$ a proposiciones elementales.

6.002 Una vez que se da la forma general de cómo se construye una proposición, se da también al mismo tiempo la forma general de cómo una proposición puede engendrar otra por medio de una operación.

6.01 La forma general de la operación $\Omega'(\bar{\eta})$ es entonces:

$$[\bar{\xi}, N(\bar{\xi})]'(\bar{\eta}) \; (= [\bar{\eta}, \bar{\xi}, N(\bar{\xi})]).$$

Ésta es la forma más general de la transición de una proposición a otra.

▼ $\Omega'(\bar{\eta})$ es entonces la operación que ha de realizarse sobre un conjunto de proposiciones para pasar a otras proposiciones utilizando la operación conocida $N(\bar{\xi})$. El mecanismo es el que hemos visto en 6.

6.02 Y *así* llegamos a los números. Defino

$$x = \Omega^{0\prime}x \text{ Def.},$$

y

$$\Omega'\Omega^{v\prime}x = \Omega^{v+1\prime}x \text{ Def.}$$

De acuerdo con estas reglas de signos, escribimos pues la serie

$$x,\ \Omega'x,\ \Omega'\Omega'x,\ \Omega'\Omega'\Omega'x,\ldots,$$

de la manera siguiente:

$$\Omega^{0'}x,\ \Omega^{0+1'}x,\ \Omega^{0+1+1'}x,\ \Omega^{0+1\ +1+1'}x,\ \ldots.$$

Por tanto, en lugar de «$[x, \xi, \Omega'\xi]$», escribo:

$$«[\Omega^{0'}x,\ \Omega^{\nu'}x,\ \Omega^{\nu+1'}x]».$$

Y defino:

$$\begin{aligned} 0+1 &= 1 \text{ Def.},\\ 0+1+1 &= 2 \text{ Def.},\\ 0+1+1+1 &= 3 \text{ Def.},\end{aligned}$$

(y así sucesivamente).

6.021 Un número es el exponente de una operación.

▼ De manera un tanto breve (6.02-6.031), Wittgenstein presenta su propia concepción de número inmediatamente después de establecer la forma general de la proposición. A partir de las definiciones $x = \Omega^0 x$ Def., y $\Omega\Omega^\nu x = \Omega\Omega^{\nu+1}x$ Def. (omito los apóstrofes dado que es claro sin más añadidos que «Ω» es un signo de operación), emprende la tarea de explicar cómo un número es un exponente de una operación. ¿Qué quiere decir esto? Tomemos, por ejemplo $\Omega^4 x$; de acuerdo con las definiciones anteriores equivaldría a $\Omega\Omega\Omega\Omega x$. Obsérvese que se trata de una operación que se basa en el mismo principio que la forma general de una proposición: el resultado de una operación previa se usa como base sobre la que se realiza una nueva operación. De este modo puedo escribir la serie x, Ωx, $\Omega\Omega x$, $\Omega\Omega\Omega x$, $\Omega\Omega\Omega x$, ..., donde cada uno de los miembros de la serie es $\Omega^0 x$, $\Omega^1 x$, $\Omega^2 x$, $\Omega^3 x$, $\Omega^4 x$,..., etc.; cualquier numeral ordinario puede verse como el exponente de la operación Ω y definir entonces la serie de los números como 0, $0+1 = 1$, $0+1+1 = 2$, $0+1+1+1 = 3$, $0+1+1+1+1 = 4$, ..., etc. De acuerdo con lo anterior, un número particular no sería más que el resultado de aplicar un número particular de veces la operación Ω. Para ayudar a aclarar lo que se quiere decir y contestar a una posible acusación de circularidad en la definición usaré un ejemplo de la Sra. Anscombe. Imagínese que queremos explicar el concepto «antepasado mío en la línea masculina»¿cómo podríamos hacerlo? Podríamos explicarlo diciendo que «antepasado mío en la línea masculina» es todo aquel individuo que está en la línea que comienza con mi padre, y continúa con el padre de mi padre, el padre del padre de mi padre, y así sucesivamente (que es una manera de decir que la operación en cuestión puede

repetirse de forma indefinida). Entender «antepasado mío en la línea masculina» equivale a entender que la serie «mi padre, el padre de mi padre, el padre del padre de mi padre, etc.» puede continuarse un número indefinido de veces. Pero imaginemos que se me pregunta, respecto de uno de mis antecesores en la línea masculina, qué antecesor particular es (mi padre, el padre de mi padre, etc.); en ese caso tengo que dar el *ordinal* de ese antecesor en la serie, que es lo mismo que remontarse desde mi padre al padre de mi padre, etc. Esto explica, por otra parte, por qué la definición no es viciosamente circular —algo que parecía seguirse cuando decíamos que un número particular no era más que el resultado de aplicar un *número* particular de veces la operación Ω. En primer lugar, un término arbitrario de la serie no es más que el resultado de la iteración indefinida de la operación Ω; es cualquier término de la serie alcanzado por este procedimiento, y no hay aquí mención alguna al concepto de número. Pero, en segundo lugar, ¿qué sucede cuando se me pregunta qué antecesor mío por la línea masculina es este hombre particular? Dado que entiendo qué significa el concepto «antecesor mío por línea masculina», sólo tengo que recorrer las operaciones sucesivas desde «mi padre» hasta llegar al individuo particular por el que se me pregunta. Si la operación es Π, mi tatarabuelo sería $\Pi\Pi\Pi\Pi x$, que se puede escribir como el exponente de una operación, $\Pi^4 x$. Del mismo modo, $2+2 = 4$ se escribiría como $\Omega^2\Omega^2 x = \Omega^4 x$ que, a su vez, sería $(\Omega\Omega)(\Omega\Omega)x = \Omega\Omega\Omega\Omega x$, donde no sólo la pretendida circularidad ha desaparecido sino que, en el modo de expresión mismo, veríamos en qué consiste que las ecuaciones matemáticas no digan nada, no estén por nada en el mundo (véanse más adelante 6.231 y 6.232).

6.022 El concepto de número no es sino lo que es común a todos los números, la forma general del número.

El concepto de número es el número variable.

Y el concepto de igualdad numérica es la forma general de todas las igualdades numéricas especiales.

6.03 La forma general de un número entero es $[0, \xi, \xi+1]$.

6.031 En la matemática, la teoría de clases es completamente superflua.

Esto está conectado con el hecho de que la generalidad que necesitamos en matemáticas no es la *accidental*.

6.1 Las proposiciones de la lógica son tautologías.

6.11 Por tanto, las proposiciones de la lógica no dicen nada. (Son las proposiciones analíticas.)

▼ Para las observaciones anteriores de Wittgenstein sobre la lógica véanse 5.453-5.4541 y 5.473-5.4733. Además de no decir nada, las proposiciones de la lógica tienen condiciones de verdad tautológicas, esto es: son verdaderas para todas las combinaciones veritativas de sus proposiciones elementales componentes. (Recuérdese que también a las proposiciones de la lógica, a pesar de ser tautologías, se extiende la doctrina de que toda proposición es función de verdad de proposiciones elementales.) Por otra parte, éste es el único lugar del *Tractatus* donde Wittgenstein hace uso del término «analítico». Tradicionalmente, una proposición se llama analítica cuando es verdadera por definición o su verdad se sigue del significado de sus términos. Frege, por ejemplo, afirmaba que los principios lógicos eran proposiciones analíticas [véase Black (1964), p. 320].

6.111 Las teorías que hacen que una proposición de la lógica parezca que tiene contenido son siempre falsas. Podría pensarse que, por ejemplo, las palabras «verdadero» y «falso» significan dos propiedades entre otras propiedades, con lo que parecería un hecho extraordinario el que toda proposición estuviera en posesión de una de estas propiedades. Pero esto parece ahora ser menos que evidente, tan poco evidente como tuviera visos de ser, por ejemplo, la proposición «Todas las rosas son o amarillas o rojas», aun cuando fuese verdadera. En efecto, aquella proposición adquiere ahora el carácter íntegro de una proposición de la ciencia natural y esto es un indicio seguro de que se la ha concebido erróneamente.

6.112 La explicación correcta de las proposiciones lógicas tiene que concederles un lugar único entre todas las proposiciones.

6.113 Es marca peculiar de las proposiciones lógicas que se pueda reconocer por el símbolo sólo que son verdaderas, y este hecho encierra en sí toda la filosofía de la lógica. Y, de este modo, es también

uno de los hechos más importantes el que la verdad o falsedad de las proposiciones no lógicas *no* se pueda reconocer a partir de la proposición sola.

▼ Esta observación forma una pieza con la de que la lógica debe preocuparse de sí misma. La idea que quiere expresar Wittgenstein es que las proposiciones de la lógica tienen autonomía en el sentido de que su verdad se puede determinar mirando sólo a los símbolos que las integran. Dado que las proposiciones de la lógica no dicen nada —no representan ninguna situación posible puesto que admiten todas las posibilidades—, carece de objeto intentar determinar su verdad mirando si casan con el mundo. Su verdad, como caso límite, viene determinada por el simbolismo. Téngase en cuenta que Wittgenstein no quiere decir que la verdad de una proposición de la lógica se determina siempre echándole meramente un vistazo; como todo estudiante de lógica sabe hay muchas tautologías cuya demostración de que son tautologías requiere mucho esfuerzo y pericia en el cálculo (véase 6.126); su verdad, no obstante, sigue siendo reconocible por el símbolo sólo, esto es: sin necesidad de mirar a los hechos.

6.12 Que las proposiciones de la lógica son tautologías *muestra* las propiedades formales —lógicas— del lenguaje, del mundo.

Que, al estar entretejidas *de esta manera particular*, las partes constituyentes de las proposiciones de la lógica den como resultado una tautología, caracteriza la lógica de tales partes constituyentes.

Para que las proposiciones, entretejidas de un modo y manera determinados, den como resultado una tautología, tienen que tener ciertas propiedades estructurales. Que combinadas *de esta manera* den como resultado una tautología muestra también que poseen esas propiedades estructurales.

▼ Este párrafo puede considerarse como respuesta a una pregunta que es natural que surja. Pues 6.1 afirmaba que las proposiciones de la lógica son tautologías, esto es: carecen de sentido y, en consecuencia, no dicen nada. Ahora bien, si no dicen nada quizás podemos olvidarnos ya de ellas, del mismo modo que no prestamos atención a sinsentidos como «Gato pero furiosamente sí» pues ¿qué interés puede tener para nosotros lo que no dice nada? En primer lugar sabemos que no es lo mismo que una proposición sea un *sinsentido* que el que carezca de sentido. Las proposiciones de la lógica carecen de sentido, pero no son equiparables a sinsentidos como el anterior. Que carezcan de sentido quiere decir que carecen de contenido descriptivo —no dicen nada— y ésa es precisamente su virtud. ¿Cómo?

Wittgenstein dice que, precisamente porque no dicen nada, *muestran* las propiedades lógicas del lenguaje y del mundo. Tomemos, por ejemplo, la proposición «Hace frío o no lo hace»; es obvio que esta proposición no nos da información alguna acerca de la temperatura ambiente y también debe serlo que no nos habla de las constantes lógicas «o» y «no» (las constantes lógicas no son representativas de nada y, por tanto, no introducen ninguna información sobre el mundo en las proposiciones en las que aparecen). «Hace frío o no lo hace» es, como todas las tatutologías, una proposición en la que el contenido se ha evaporado —se ha cancelado— dejándonos la pura forma. Lo que la tautología nos *muestra* entonces —porque no dice nada— son las propiedades formales del compuesto, nos muestra que una combinación particular de proposiciones elementales que *en otra combinación tiene contenido descriptivo*, en esta disposición particular no dice nada. Y, a su vez, que esta combinación particular cancele el contenido descriptivo de proposiciones elementales muestra algo sobre las propiedades formales de esas proposiciones elementales. Ahora bien, al cancelarse en la tautología el contenido descriptivo y quedar sólo la forma, lo que permanece residualmente es lo que una proposición tiene que *tener en común con la realidad* para poder figurarla, es decir: en cada tautología tenemos ante nosotros una especie de balcón sobre las propiedades formales del mundo. Ni en el caso del lenguaje ni en el caso del mundo se pueden *decir* tales propiedades: sólo podemos decir lo que es el caso que, como sabemos, consiste en combinaciones de objetos y pertenece al reino de la contingencia. Y ni la forma del lenguaje ni la del mundo son contingentes. Esto puede despejar nuestra inquietud por el hecho de que nos preocupemos de proposiciones que no dicen nada; son las proposiciones de la lógica, precisamente porque no dicen nada, las que nos dejan entrever las propiedades lógicas del lenguaje y del mundo.

6.1201 Que, por ejemplo, las proposiciones «p» y «$\sim p$» arrojen como resultado una tautología en la combinación «$\sim(p.\ \sim p)$», muestra que se contradicen entre sí. Que las proposiciones «$p \supset q$», «p» y «q» combinadas entre sí en la forma «$(p \supset q).(p):\supset:(q)$» arrojen como resultado una tautología muestra que q se sigue de p y $p \supset q$. Que «$(x).fx:\supset:fa$» es una tautología, muestra que fa se sigue de $(x).fx$. Etc., etc.

▼ Lo que aquí tenemos son ejemplos de cómo la combinación de proposiciones que da lugar a una tautología caracteriza la lógica de las proposiciones componentes. Así, por poner un ejemplo, el que las proposiciones «p» y «$\sim p$» arrojen como resultado una tautología en la combinación «$\sim(p.\ \sim p)$», muestra que estas proposiciones se contradicen entre sí. Hemos visto que la virtualidad del signo de negación no era introducir cuestión de hecho alguna respecto de la proposición que niega, de modo

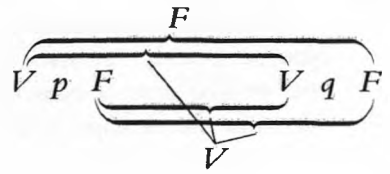
que «~*p*» no hace otra cosa que darle la vuelta al sentido de «*p*». Pero si «~(*p*. ~*p*)» es una tautología esto quiere decir que está desprovista de sentido, que muestra su forma lógica desnuda y, a su vez, muestra que «*p*. ~*p*» es una contradicción puesto que una expresión con el símbolo «~» delante sólo puede ser tautológica si la expresión negada tiene la forma lógica de una contradicción.

6.1202 Es claro que, en lugar de las tautologías, podrían emplearse las contradicciones con la misma finalidad.

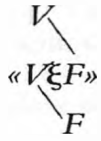
▼ Por un argumento semejante al anterior «~(*p* v ~*p*)» muestra que la combinación a la que se antepone la negación es una tautología.

6.1203 Para reconocer una tautología como tal uno puede servirse, en los casos en los que no aparece en la tautología ningún signo de generalidad, del método intuitivo siguiente: en lugar de «*p*», «*q*», «*r*», etc., escribo «*VpF*», «*VqF*», «*VrF*», etc. Las combinaciones de verdad las expreso por medio de llaves, por ejemplo:

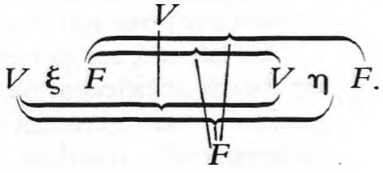
y la correspondencia de la verdad o falsedad de la proposición entera con las combinaciones de verdad de los argumentos veritativos la expreso mediante líneas de la manera siguiente:



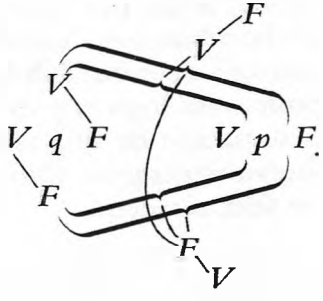
Este signo representaría, por ejemplo, la proposición $p \supset q$. Quiero ahora examinar si, por ejemplo, la proposición $\sim(p. \sim p)$ (el principio de contradicción) es una tautología. La forma «$\sim\xi$» se escribirá en nuestra notación



La forma «$\xi. \eta$» así:



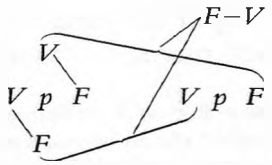
Por tanto la proposición $\sim(p . \sim q)$ reza del modo siguiente:



Si aquí reemplazamos «q» por «p» y examinamos la conexión de las V y F más externas con las más internas, se obtiene como resultado que la verdad de la proposición entera está coordinada con

todas las combinaciones veritativas de su argumento y su falsedad con ninguna de ellas.

▼ Wittgenstein presenta aquí un procedimiento —una versión distinta, en sus líneas generales, al método de las tablas de verdad— para calcular de manera sistemática si una fórmula dada es o no una tautología que además permite obtener a la vez una representación gráfica de las coordinaciones de los valores de verdad de las proposiciones involucradas con las combinaciones veritativas de sus argumentos veritativos. En la última de las figuras, una vez que se hace el reemplazo de «*q*» por «*p*» el esquema queda reducido a:



6.121 Las proposiciones de la lógica ponen de manifiesto las propiedades lógicas de las proposiciones al combinarlas en proposiciones que no dicen nada.

Este método podría llamarse también un método cero. En una proposición lógica se lleva a las proposiciones a ponerse en equilibrio entre ellas y tal estado de equilibrio muestra cómo tienen que estar lógicamente constituidas estas proposiciones.

6.122 De esto resulta que, de hecho, podríamos habérnoslas sin las proposiciones lógicas, pues en una notación idónea podemos reconocer ciertamente las propiedades formales de las proposiciones mediante la mera inspección de éstas.

6.1221 Si, por ejemplo, dos proposiciones «*p*» y «*q*» dan como resultado una tautología en la combinación «$p \supset q$», entonces es claro que *q* se sigue de *p*.

Que, por ejemplo, «q» se sigue de «$p \supset q . p$» lo vemos a partir de estas dos proposiciones mismas, pero también podemos mostrarlo *del modo siguiente*: las combinamos en «$p \supset q . p : \supset : q$» y mostramos a continuación que esto es una tautología.

6.1222 Esto arroja alguna luz sobre la pregunta de por qué las proposiciones lógicas no pueden ser ni confirmadas por la experiencia ni refutadas por ella. Una proposición de la lógica no sólo no puede ser refutada por ninguna experiencia posible, sino que tampoco puede ser confirmada por ella.

▼ Pues las proposiciones lógicas al no figurar ningún hecho posible, al no decir nada, no pueden ser ni confirmadas ni refutadas por ninguna experiencia posible: su verdad se reconoce por el símbolo sólo. Véase 5.552, donde Wittgenstein explica el carácter particular de la «experiencia» que necesitamos para entender la lógica: la lógica es anterior a cualquier experiencia.

6.1223 Ahora se aclara por qué se ha tenido la sensación a menudo de que las «verdades lógicas» habían de ser «*postuladas*» por nosotros: de hecho las podemos postular en la medida en que podemos postular una notación satisfactoria.

▼ Nuestra sensación de que las verdades lógicas han de ser postuladas por nosotros es el reconocimiento implícito de que, al diseñar un lenguaje lógicamente perspicuo, exigimos que sea totalmente manifiesto —que podamos reconocer en el propio simbolismo sin necesidad de mirar al mundo— que estamos ante una verdad lógica (tautología).

6.1224 También se aclara ahora por qué se ha llamado a la lógica la teoría de las formas y de la inferencia.

▼ Si una tautología está escrita en una notación lógicamente perspicua podemos reconocer las propiedades formales de las proposiciones mediante el mero examen de los símbolos. La lógica trata justamente de esas relaciones formales (6.1224). Por otra parte, mostramos que una proposición se sigue de otra u otras si reconocemos que su condicional correspondiente es una tautología (6.1221).

6.123 Resulta claro: las propias leyes de la lógica no pueden estar subordinadas, a su vez, a las leyes de la lógica.

(No hay, como pretendía Russell, un principio de contradicción privativo de cada «tipo»; al contrario con un único principio basta, ya que no se aplica a sí mismo.)

▼ Esto es: no hay una jerarquía de las leyes de la lógica; no hay, por ejemplo, leyes más generales y menos generales: todas las proposiciones lógicas tienen igual rango jerárquico.

6.1231 La validez general *no* es el indicio de que algo es una proposición lógica.

En efecto, ser general sólo quiere decir: valer de forma accidental para todas las cosas. Una proposición no generalizada, lo mismo que una generalizada, pueden ser tautológicas en igual medida.

6.1232 A la validez general de la lógica se la podría llamar esencial en contraposición con la que es accidental, la de, por ejemplo, la proposición «Todos los hombres son mortales». Proposiciones como el «axioma de reducibilidad» de Russell no son proposiciones lógicas y esto explica el que tengamos la sensación de que tales proposiciones, incluso si fueran verdaderas, sólo podrían serlo en virtud de un feliz accidente.

▼ El «axioma de reducibilidad», introducido en los *Principia Mathematica*, dice que para cualquier función de nivel arbitrario existe una función predicativa que es formalmente equivalente a la primera. Una función proposicional es predicativa cuando su expresión no contiene cuantificación sobre funciones.

6.1233 Uno puede imaginar un mundo en el que no valga el axioma de reducibilidad. Es claro, sin

embargo, que la lógica no tiene nada que ver con la cuestión de si nuestro mundo es realmente así o no.

6.124 Las proposiciones de la lógica describen el armazón del mundo o, más bien, lo representan. No «tratan» sobre nada. Presuponen que los nombres tienen significado y las proposiciones elementales sentido, y ésta es su conexión con el mundo. Resulta claro que el que ciertas combinaciones de símbolos —que tienen esencialmente un carácter determinado— sean tautologías tiene que indicar algo sobre el mundo. En esto reside lo decisivo. Hemos dicho que varias cosas de los símbolos que utilizamos eran arbitrarias y que otras no lo eran. En la lógica sólo se expresan estas últimas; pero esto quiere decir que en la lógica *nosotros* no expresamos lo que queremos con la ayuda de signos, sino que en la lógica es la naturaleza de los signos naturalmente necesarios la que se manifiesta por sí misma. Si conocemos la sintaxis lógica de algún lenguaje de signos, entonces ya se han dado todas las proposiciones de la lógica.

▼ Este párrafo es un excelente resumen de toda la filosofía de la lógica de Wittgenstein. Las proposiciones de la lógica no tienen contenido descriptivo —no tratan sobre nada— pero presuponen que los nombres (en el sentido del *Tractatus*) tienen referencia [significado] y las proposiciones sentido. Los nombres tienen en el *Tractatus* referencia garantizada del mismo modo que las proposiciones genuinas (esto es: todas las proposiciones con excepción de las tautologías y las contradicciones) tienen sentido. Y, dado que esto se presupone, las proposiciones de la lógica están conectadas con el mundo a pesar de que no hablan del mundo. Téngase en cuenta que esto no equivale a decir que los nombres o los signos proposicionales sean existentes necesarios: es perfectamente compatible con las tesis del *Tractatus* que no haya nombres —si, por ejemplo, figurásemos la realidad de modo no lingüístico—; pero *si* los hay entonces han de tener necesariamente referencia y las proposiciones (que son combinaciones de nombres) sentido. Es de este modo como una proposición como «$\sim(p \,.\, \sim p)$» indica algo sobre el mundo (ver nota bajo 6.1201); particularmente en lógica no somos nosotros los que expresamos algo que queremos expresar sirviéndonos de signos, sino que son los propios signos los que, por su naturaleza esencial, muestran las propiedades formales del lenguaje y del mundo.

6.125 Es posible, también incluso de acuerdo con la vieja concepción de la lógica, dar de antemano una descripción de todas las proposiciones lógicas «verdaderas».

6.1251 Por eso *jamás* puede haber sorpresas en lógica.

▼ Una consecuencia adicional de que las tautologías no dicen nada. Dado que muestran la forma común del lenguaje y el mundo y tal forma no es contingente no cabe la posibilidad de que sean falsas. Podríamos llevar una sorpresa si, por ejemplo, descubriéramos que una proposición de la lógica que suponíamos verdadera resultase ser falsa, pero esto sólo podría suceder si tal proposición representase una situación posible, si tuviera sentido. Pero, según Wittgenstein, las proposiciones de la lógica carecen de sentido y son verdaderas para cualquier situación posible, por ello no podemos descubrir que son falsas, vale decir: no nos pueden sorprender revelándose como falsas.

6.126 Puede calcularse si una proposición pertenece a la lógica calculando las propiedades lógicas del *símbolo*.

Y esto es lo que hacemos cuando «demostramos» una proposición lógica. Pues, sin ocuparnos de un sentido y de un significado, formamos la proposición lógica a partir de otras de acuerdo con *reglas que tratan* meramente *de signos*.

La demostración de proposiciones lógicas consiste en que las hacemos surgir a partir de otras proposiciones lógicas por medio de la aplicación sucesiva de ciertas operaciones que, a partir de las primeras, siempre engendran una y otra vez tautologías. (Y, de hecho, a partir de una tautología sólo *se siguen* tautologías.)

Naturalmente, a la lógica no le es en absoluto esencial este modo de mostrar que sus proposiciones son tautologías. Aunque sólo sea porque las proposiciones de las que parte la demostración tienen que mostrar sin demostración alguna que son tautologías.

6.1261 En lógica proceso y resultado son equivalentes. (Es por ello por lo que no hay ninguna sorpresa.)

▼ Podría pensarse que si una demostración consiste en hacer surgir tautologías a partir de tautologías por medio de una serie de operaciones (6.126) las demostraciones de proposiciones lógicas son una actividad superflua dado que las tautologías carecen de contenido informativo. Naturalmente, si por ello entendemos que la única actividad no superflua tiene que ver con las relaciones entre proposiciones que tienen contenido informativo entonces eso es verdad: la demostración en lógica no depara ninguna sorpresa porque no hacemos ningún descubrimento con ella (no encontramos que una proposición de la lógica que creíamos verdadera es falsa, y viceversa). La demostración es sólo una ayuda para reconocer una tautología allí donde es complicado hacerlo por mera inspección (6.1262), lo cual quiere decir que, en principio, sería posible reconocerla sin necesidad de tal ayuda. Por otra parte, téngase en cuenta que la demostración lógica sólo parece superflua porque pasamos de proposiciones sin contenido a proposiciones sin contenido. Ahora bien, eso no quiere decir que todas las tautologías sean iguales; si bien el procedimiento que tienen de mostrar algo es el mismo, el modo en que lo muestran cada una de ellas es diferente: cada una de las tautologías es una ventana abierta a las propiedades formales del lenguaje y del mundo.

6.1262 La demostración en lógica es sólo una ayuda mecánica para reconocer más fácilmente la tautología allí donde es complicada.

6.1263 Sería ciertamente demasiado extraordinario el que una proposición con sentido se pudiera demostrar *lógicamente* a partir de otras y que *también* se pudiera hacer *así* en el caso de una proposición lógica. Está claro de entrada que una demostración de una proposición con sentido y una demostración *en* lógica tienen que ser dos cosas completamente diferentes.

▼ Nuevamente, una consecuencia de que las tautologías no dicen nada. En el caso de una proposición lógica lo que se demuestra es que es una tautología y no propiamente que es verdadera; sólo las proposiciones que tienen sentido pueden ser, estrictamente hablando, verdaderas (o falsas).

6.1264 Una proposición con sentido enuncia algo y su demostración muestra que es tal como lo

enuncia; en lógica toda proposición es la forma de una demostración.

Toda proposición de la lógica es un *modus ponens* representado en signos. (Y el *modus ponens* no se puede expresar mediante una proposición.)

▼ Wittgenstein parece estar diciendo aquí que toda tautología *que tenga la forma de una implicación* puede considerarse como regla de inferencia del tipo del *modus ponens*. Anscombe [Anscombe (1959), p. 115] interpreta que este pasaje dice que la implicación tautológica $p. (p \supset q): \supset q$ es una proposición con el *modus ponens* como su sentido. Nótese, sin embargo, que, tomado literalmente, lo expresado en el segundo párrafo de 6.1264 no valdría para, por ejemplo, $p \vee \sim p$ [véase Black (1964), p. 339].

6.1265 Siempre se puede concebir la lógica de modo que toda proposición sea su propia demostración.

▼ Pues toda tatutología *muestra* ella misma que es una tautología (6.127): no necesita demostración alguna.

6.127 Todas las proposiciones de la lógica tienen igual rango; no hay entre ellas proposiciones que sean esencialmente leyes primitivas y proposiciones que sean esencialmente derivadas.

Toda tautología muestra ella misma que es una tautología.

6.1271 Resulta claro que el número de «leyes primitivas» de la lógica es arbitrario, pues ciertamente puede derivarse la lógica a partir de una única ley primitiva formando simplemente, por ejemplo, el producto lógico de las leyes primitivas de Frege. (Frege diría quizá que esta ley primitiva ya no sería evidente de modo inmediato. Pero no deja de ser destacable que un pensador tan riguroso como Frege apelase al grado de evidencia como criterio de una proposición lógica.)

6.13 La lógica no es una teoría sino una imagen especular del mundo.

La lógica es transcendental.

▼ Anscombe interpreta la afirmación de Wittgenstein de que la lógica es transcendental del modo siguiente: las proposiciones de la lógica no son de un género distinto del de las demás proposiciones. Lo que sucede es que las proposiciones de la lógica muestran algo que está presente en todas las proposiciones que dicen algo, pero que no se puede decir mediante una proposición.

6.2 La matemática es un método lógico.
Las proposiciones de la matemática son ecuaciones; son, por tanto, pseudoproposiciones.

▼ Las proposiciones de la matemática —como las proposiciones de la lógica— carecen de sentido pero, a diferencia de éstas, las primeras son *ecuaciones* y esto quiere decir que son proposiciones en las que se muestran identidades de significado entre expresiones. Ramsey [Ramsey (1931), p. 17] explica así la idea intuitiva que subyace a la explicación de Wittgenstein. La idea de que las proposiciones de la matemática son ecuaciones quiere decir que son fórmulas del tipo $a = b$. Esta idea parece plausible dado que, por ejemplo «Tengo 2 + 2 sombreros» y «Tengo 4 sombreros» son la misma proposición y «2 + 2» y «4» son símbolos equivalentes. Pero, a renglón seguido, Ramsey reconoce que esta concepción de la matemática es ridículamente estricta ya que la reduce a la aritmética elemental.

6.21 Las proposiciones de la matemática no expresan pensamiento alguno.

▼ Un modo alternativo de decir que las proposiciones de la matemática carecen de sentido, no representan situación posible alguna.

6.211 En la vida, una proposición matemática no es jamás lo que necesitamos; más bien utilizamos las proposiciones matemáticas *sólo* para inferir, de proposiciones que no pertenecen a la matemática, otras que tampoco pertenecen a la matemática.
(La pregunta ¿para qué utilizamos en el fondo esta palabra, esta proposición?, lleva una y otra vez en filosofía a intuiciones valiosas.)

▼ Una proposición matemática es, por ejemplo, lo que nos permite pasar de las proposiciones empíricas «Tengo tres sombreros» y «Tengo dos sombreros» a la pro-

posición empírica «Tengo cinco sombreros». Pero la proposición matemática «Tengo tres sombreros + Tengo dos sombreros = Tengo cinco sombreros» no se usa para representar un estado de cosas, aunque gobierne la transición entre proposiciones que representan estados de cosas.

6.22 La lógica del mundo que las proposiciones de la lógica muestran en las tautologías, la muestra la matemática en las ecuaciones.

6.23 Si dos expresiones se combinan mediante el signo de igualdad, esto quiere decir que son substituibles una por otra. Pero, si esto es el caso, tiene que resultar manifiesto en las dos expresiones mismas.

El que una expresión sea substituible por otra caracteriza la forma lógica de ambas.

6.231 Es una propiedad de la afirmación el que se pueda concebir como doble negación.

Es una propiedad de «1+1+1+1» el que se pueda concebir como «(1+1) + (1+1)».

▼ Tenemos aquí dos ejemplos de expresiones que pueden substituirse entre sí; el que se puedan substituir caracteriza la forma lógica de ambas y esto quiere decir que esta propiedad es interna, esto es: independiente de la notación particular que elijamos.

6.232 Frege dice que ambas expresiones tienen la misma referencia, pero diferente sentido.

Pero lo esencial de una ecuación es que no es necesaria para mostrar que las dos expresiones que combina el signo de igualdad tienen el mismo significado, pues esto puede desprenderse de las dos expresiones mismas.

6.2321 Y que las proposiciones de la matemática se puedan demostrar no quiere decir otra cosa que

su corrección se puede captar sin que lo que expresan haya de compararse con los hechos para establecer tal corrección.

▼ Tomemos el ejemplo de «1+1+1+1» y «(1+1)+(1+1)» de 6.231. No es necesaria la ecuación 1+1+1+1 = (1+1)+(1+1) para darnos cuenta que las dos expresiones que están a derecha izquierda del signo de igualdad tienen el mismo significado; nos damos cuenta de ello mirando ambas expresiones por separado. También la representación puede no ser aquí lógicamente perspicua (por ejemplo, si escribimos «2+2 = 4»); pero cuando escribimos esta ecuación del modo que hacíamos al principio vemos inmediatamente que la expresión es una ecuación, tiene que ver con la equivalencia entre signos. Pero en cuanto captamos esto último ya nos damos cuenta también de que no dice nada y de que su corrección se puede determinar sin apelar a los hechos.

6.2322 La identidad del significado de dos expresiones no puede *aseverarse*. Pues para poder aseverar algo sobre el significado de ambas, tengo que conocer su significado; y, en la medida en que conozco su significado, conozco si tales expresiones significan lo mismo o algo distinto.

▼ Véase una observación relacionada en 4.243. La expresión «1+1+1+1 = (1+1)+(1+1)» no *dice* que «1+1+1+1» y «(1+1)+(1+1)» tienen el mismo significado; la identidad de significado se muestra en la operación de los signos y, por tanto, no puede aseverarse.

6.2323 Una ecuación caracteriza meramente el punto de vista desde el que contemplo ambas expresiones, a saber: el punto de vista de su igualdad de significado.

6.233 La pregunta sobre si se necesita la intuición para resolver los problemas matemáticos debe responderse así: es justamente el lenguaje el que proporciona la necesaria intuición.

▼ La transformación de ecuaciones —que es lo que, de acuerdo con Wittgenstein, se hace en matemática— no necesita de intuición alguna; lo que substituye

aquí a la intuición es que las expresiones matemáticas muestran que son ecuaciones que han de entenderse por sí mismas (6.2341).

6.2331 La ejecución del *cálculo* facilita precisamente esa intuición.

El cálculo no es ningún experimento.

▼ Wittgenstein consideró detenidamente en las *Observaciones sobre los fundamentos de la matemática* (Alianza, Madrid, 1987) la posibilidad —que siempre rechazó— de que una operación de cálculo fuera un experimento; una multiplicación, por ejemplo, podría considerarse como un experimento en el sentido siguiente: no sabemos qué resultado vamos a obtener hasta que la multiplicación no está terminada —pero cuando salimos a dar un paseo tampoco sabemos dónde vamos a ir y no por ello llamamos «experimento» a un paseo—. Cuando hacemos una operación no estamos interesados en el resultado sino más bien en el camino que lleva al resultado. No decimos «así vamos», sino «así va el asunto».

6.234 La matemática es un método de la lógica.

▼ No debería entenderse esta observación como un apoyo de Wittgenstein al logicismo, la tesis de que pueden derivarse todas las proposiciones matemáticas haciendo uso exclusivamente de principios lógicos. Lo que Wittgenstein está afirmando aquí es más bien que la matemática es un método particular de transformación de signos, el método de substitución (6.234-6.2341).

6.2341 Lo esencial del método de la matemática es trabajar con ecuaciones. En este método se basa el que toda proposición matemática deba entenderse por sí misma.

6.24 El método que utiliza la matemática para llegar a sus ecuaciones, es el método de substitución.

Pues las ecuaciones expresan la substitutibilidad de dos expresiones; y pasamos de cierto número de ecuaciones a ecuaciones nuevas al substituir unas expresiones por otras de una manera que responda a las ecuaciones.

6.241 Así reza la demostración de la proposición $2 \times 2 = 4$:

$$(\Omega^{\nu})^{\mu\prime} x = \Omega^{\nu \times \mu\prime} x \text{ Def.},$$
$$\Omega^{2 \times 2\prime} x = (\Omega^{2})^{2\prime} x = (\Omega^{2})^{1+1\prime} x$$
$$= \Omega^{2\prime}\Omega^{2\prime} x = \Omega^{1+1\prime}\Omega^{1+1\prime} x = (\Omega'\Omega)'(\Omega'\Omega)' x$$
$$= \Omega'\Omega'\Omega'\Omega' x = \Omega^{1+1+1+1\prime} x = \Omega^{4\prime} x.$$

▼ Véase 6.02.

6.3 La indagación sobre la lógica significa la indagación sobre *toda regularidad*. Y fuera de la lógica todo es accidental.

6.31 En cualquier caso, la llamada ley de la inducción no puede ser una ley lógica puesto que, obviamente, es una proposición con sentido. —Y, por tanto, tampoco puede ser una ley *a priori*.

▼ Empieza aquí una serie de observaciones sobre la concepción de Wittgenstein de las proposiciones de la ciencia. La teoría de la proposición como figura ha llevado a la conclusión de que hay dos grandes tipos de proposiciones: por un lado, las tautologías (incluyendo en esta categoría a las proposiciones de la matemática) y las contradicciones, que no dicen nada, no representan ninguna situación posible y, por otro, las proposiciones genuinas, que dicen algo dado que representan una situación posible en el espacio lógico. Las proposiciones de la ciencia tienen el aspecto de pertenecer al segundo tipo pero, como señala Black, esto no parece hacer justicia al hecho de que las proposiciones de la ciencia no son una mera colección de verdades, sino que constituyen un sistema fuertemente articulado de acuerdo con leyes y principios abstractos. Pero ¿qué carácter tienen esas leyes y principios? Tomemos, por ejemplo, la ley de la inducción —probablemente Wittgenstein se refiere con esta expresión al principio de que el futuro estará de acuerdo con el pasado—; esta ley no parece que sea un principio lógico porque tiene contenido y, por tanto, tampoco puede ser una ley *a priori*. Pero tiene una peculiaridad: nunca podremos saber si es verdadera, porque la evidencia que necesitamos para decidir si lo es, es algo a lo que nunca podemos tener acceso. De hecho, la proposición de que el Sol saldrá mañana es una hipótesis (6.3611) porque puede ser falso que el Sol salga mañana y por mucha regularidad que hayamos observado en la conducta de ese astro no hay conexión necesaria alguna fuera de la necesidad lógica. ¿Es entonces la ley de la inducción una mera proposición contingente? Wittgenstein no dice nada al respecto, pero parece que podría considerarla como la «forma» de una ley, tal

como hace con la ley de causalidad. Especialmente si tenemos en cuenta 6.363, donde la ley de la inducción aparece como un principio regulativo al que aceptamos que han de ajustarse las leyes científicas particulares: la elección de la ley más simple que se pueda poner en armonía con nuestras experiencias.

6.32 La ley de la causalidad no es ninguna ley, sino la forma de una ley.

▼ ¿Qué quiere decir que la ley de la causalidad es la forma de una ley? Usaré el siguiente ejemplo tomado de Mounce (1981), p. 76, para explicarlo. Imaginemos que alguien dice: «Esta noche lloverá porque todas las noches pasadas ha llovido y *las condiciones* que se dan hoy son las mismas que las de las pasadas noches», y supongamos además que esa noche no llueve. Aun cuando no hayamos descubierto ninguna condición nueva para adjudicarle el ser la causa de que no haya llovido, no estamos obligados a concluir que la ausencia de lluvia esa noche no ha tenido causa alguna. Por el mero hecho de que la lluvia se da en un momento y no se da en otro ambos acontecimientos son diferentes y eso nos autoriza a suponer que sus condiciones *ya* son diferentes. Por consiguiente, el principio de que todo tiene una causa no dice nada sobre el mundo; si admitimos que un acontecimiento difiere siempre de otros que le preceden por el mero hecho de ser otro acontecimiento distinto, cualquiera de los acontecimientos precedentes puede ser su causa. Nótese que este principio es diferente de la asignación particular de causas: el principio habla de que todo tiene una causa, no de que *este* hecho particular tiene *esta* causa particular.

6.321 «Ley de la causalidad» es un nombre genérico. Y lo mismo que en la mecánica decimos que hay principios de mínimos —por ejemplo, el principio de mínima acción—, así también hay en física leyes de causalidad, leyes de la forma de la causalidad.

▼ El principio de mínima acción, una contribución capital a la sistematización de la mecánica, fue formulado por Maupertius (1698-1759) y perfeccionado por Euler (1707-1783) y Lagrange (1736-1813), y dice que cada vez que ocurre un cambio en la naturaleza, la cantidad de acción empleada para producir el cambio es siempre la mínima. Esta ley sufrió varias reformulaciones y es usada en la actualidad como un elemento importante en el análisis matemático de sistemas dinámicos.

6.3211 De hecho, se tuvo incluso la sospecha de que tenía que haber *un* «principio de mínima acción»

antes de que se supiera de forma precisa cómo rezaba. (Aquí, como siempre, lo que es cierto *a priori* resulta ser algo puramente lógico.)

6.33 No *creemos a priori* en una ley de la conservación, sino que *conocemos a priori* la posibilidad de una forma lógica.

6.34 Todas las proposiciones tales como el principio de razón suficiente, la ley de continuidad en la naturaleza, el principio de economía en la naturaleza, etc., etc., son sagaces vislumbres *a priori* sobre la posible forma de modelar las proposiciones de la ciencia.

6.341 La mecánica newtoniana asigna, por ejemplo, a la descripción del mundo una forma unitaria. Imaginemos una superficie blanca en la que haya algunas manchas negras irregulares. Podemos entonces decir que, sea cual sea la figura que aquí resulte, puedo siempre aproximarme cuanto quiera a su descripción recubriendo la superficie con una red de malla cuadriculada que sea adecuadamente fina y diciendo a continuación de cada cuadrícula que es blanca o negra. De esta manera, habré asignado a la descripción de la superficie una forma unitaria. Esta forma es discrecional, pues podría haber usado con igual éxito una red de malla triangular o hexagonal. Puede ser que la descripción hecha con la ayuda de una red de malla triangular hubiese sido más sencilla; esto es: quizás pudiéramos describir la superficie de forma más precisa con una red de malla triangular más tosca que con una de malla cuadrada más fina (o inversamente), etc. Las distintas redes corresponden a distintos sistemas de descripción del mundo. La mecánica determina una forma de descripción del mundo al decir que todas las proposiciones que intervienen en la des-

cripción del mundo tienen que obtenerse a partir de un cierto número de proposiciones dadas —los axiomas de la mecánica—, de un modo y manera dados. Con ello proporciona los ladrillos para la construcción del edificio de la ciencia y dice: cualquiera que sea el edificio que quieras levantar tendrás que hacerlo usando en su composición éstos y sólo estos ladrillos.

(Lo mismo que, dado el sistema numérico, tiene que poderse escribir cualquier número a discreción, así también, dado el sistema de la mecánica, tiene que poder escribirse a discreción cualquier proposición de la física.)

▼ Por «mecánica newtoniana» o «mecánica clásica» se suele aludir al tipo de explicación mecánica que Isaac Newton (1643-1727) desarrolló por vez primera en forma matemática en los *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (1687). Esta obra sigue el modelo de los *Elementos* de Euclides: comienza con el enunciado de ocho definiciones y tres axiomas del movimiento a partir de los que se siguen los teoremas y corolarios. En el sentido en que «mecánica» se restringe a los contextos de la mecánica de Newton, una explicación mecánica se entiende como aquella que se da en términos de los conceptos y teoremas del sistema de Newton o de sus equivalentes.

La comparación de la mecánica de Newton con una red está diseñada para ilustrar la concepción general de Wittgenstein sobre las proposiciones de la ciencia. Es evidente que, de acuerdo con la analogía presentada en este párrafo, hay muchos modos (tipos de redes) alternativos de representar el mundo (6.432). Por ello, decir, por ejemplo, que el mundo se deja representar por medio de la mecánica newtoniana no proporciona información sobre el mundo: muchos otros tipos de teoría podrían describirlo, del mismo modo que las manchas sobre el papel se pueden describir utilizando distintos pasos de malla. Wittgenstein se presenta aquí como un instrumentalista respecto de las teorías científicas: las teorías científicas son instrumentos que nos permiten describir el mundo, pero las propias teorías no enuncian nada sobre el mundo, aunque no es trivial el que el mundo se deje describir por ellas. Obsérvese que esto no quiere decir que sea lícito dar descripciones arbitrarias del mundo. Si, volviendo al ejemplo de la hoja de papel con manchas, nuestra red con paso de malla triangular nos dice que hay determinadas figuras triangulares de determinada superficie y con unas relaciones espaciales entre ellas, esto no es arbitrario y la descripción será verdadera o falsa dependiendo de los hechos, esto es: dependiendo de si es efectivamente el caso que hay tales y tales figuras con tales y tales relaciones *dado el paso de malla utilizado*. Por otra parte, no todas las teorías son igualmente adecuadas puesto que la realidad a la que se aplican también interviene a la hora de valorar su adecuación. Pues, si bien es cierto que hay muchos tipos de redes

que podrían usarse para hacer una descripción, sin embargo, dependiendo de cómo sean las manchas y de cómo estén distribuidas sobre el papel, uno u otro paso de malla puede hacer más sencilla o más exacta (o ambas cosas) la descripción. Las leyes científicas hablan del mundo al hacer descripciones más o menos exactas, más o menos sencillas o más o menos adecuadas (6.341).

6.342 Y vemos ahora la posición recíproca de la lógica y la mecánica. (La red podría constar también de una malla con diferentes géneros de figuras, de triángulos y de hexágonos, pongamos por caso.) Que una figura como la mencionada hace un momento se pueda describir mediante una red de una forma dada, no enuncia *nada* sobre la figura. (Pues esto vale para cualquier figura de este género.) Pero lo que caracteriza a la figura es *esto*: que se pueda describir *completamente* mediante una red determinada con un paso de malla *determinado*.

Del mismo modo, no enuncia nada sobre el mundo el que se le pueda describir por medio de la mecánica newtoniana; ahora bien, sí lo hace el que se le pueda describir *así* mediante ella como, en efecto, es el caso. También dice algo sobre el mundo el que se le pueda describir más sencillamente mediante una mecánica que mediante otra.

6.343 La mecánica es un intento de construir de acuerdo con un sólo plan todas las proposiciones *verdaderas* que necesitamos para describir el mundo.

6.3431 Sin embargo, a través de todo el aparato lógico, las leyes de la física hablan sobre los objetos del mundo.

6.3432 No deberíamos olvidar que la descripción del mundo mediante la mecánica es siempre completamente general. Por ejemplo, no se habla en

ella de puntos materiales *determinados*, sino siempre de puntos materiales *cualquiera*.

6.35 Aunque las manchas de nuestra figura son figuras geométricas, es obvio, sin embargo, que la geometría no puede decir absolutamente nada sobre su forma y posición efectivas. Pero, con todo, la red es *puramente* geométrica, todas sus propiedades pueden darse *a priori*.

Las leyes como el principio de razón suficiente, etc., tratan sobre la red, no sobre lo que la red describe.

6.36 Si hubiese una ley de la causalidad, podría rezar así: «Hay leyes naturales».

Pero, por cierto, esto no puede decirse: se muestra.

6.361 Podría decirse, haciéndonos eco del modo de expresión de Hertz: sólo las conexiones *regulares* son *pensables*.

▼ Y, por tanto, sólo las conexiones regulares se pueden decir. Dicho de otro modo, el principio de causalidad es una condición necesaria para poder describir el mundo.

6.3611 No podemos comparar ningún proceso con el «transcurso del tiempo» —no existe tal cosa—, sino sólo con otro proceso (por ejemplo, con la marcha de un cronómetro).

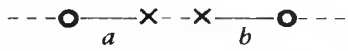
Por ello la descripción del discurrir temporal sólo es posible si nos apoyamos en otro proceso.

Algo completamente análogo vale para el espacio. Cuando se dice, por ejemplo, que, de dos eventos (que se excluyen mutuamente), ninguno de ellos tiene lugar porque no se da *ninguna causa* en virtud de la cual deba tener lugar uno en vez de otro, se trata en realidad de que no se puede en absoluto describir *uno* de los dos eventos cuando

no se da alguna asimetría. *Y* si tal asimetría *está* dada, podemos concebirla como la *causa* de que tenga lugar uno de ellos y no tenga lugar el otro.

▼ Véase a este respecto la nota bajo 6.31.

6.36111 El problema kantiano de la mano derecha y la mano izquierda, que no se pueden hacer coincidir, existe ya en el plano, incluso en un espacio unidimensional



en el que las dos figuras congruentes *a* y *b* no se pueden tampoco hacer coincidir sin que salgan fuera de este espacio. La mano derecha y la mano izquierda son, en efecto, totalmente congruentes. Y que no se las pueda hacer coincidir no tiene nada que ver con ello.

Un guante derecho podría calzarse en la mano izquierda si se le pudiera dar la vuelta en un espacio de cuatro dimensiones.

▼ Immanuel Kant (1724-1824) utilizó especialmente el denominado argumento de las «contrapartidas incongruentes» para probar dos cosas: 1) que nuestro conocimiento del espacio es *a priori* y 2) que, a la vez, es intuitivo y no meramente discursivo. La primera vez que aparece este argumento es en un breve artículo titulado «Von dem ersten Grunde des Unterschieds der Gegenden in Raume», publicado en 1768 en un semanario de Könisberg.

Kant pensaba que el que la mano derecha no se pudiese hacer coincidir con la mano izquierda era una verdad sintética *a priori*, esto es: una verdad *a priori* no vacía, lo cual plantea problemas para la concepción del *Tractatus* de las verdades necesarias. Dice Kant en los *Prolegómenos*, § 13: «¿Qué puede ser más semejante a mi mano o a mi oreja y más igual en todas sus partes que su imagen en el espejo? Y, sin embargo, no puedo colocar la mano que se ve en el espejo en el lugar del original; pues si ésta es una mano derecha, aquella es, en el espejo, una izquierda [...]. Ahora bien, aquí no existe diferencia alguna concebible por cualquier entendimiento y, no obstante, las diferencias son internas, como enseñan los sentidos; pues la mano izquierda, prescindiendo de toda igualdad y semejanza por ambas partes, no puede ser encerrada dentro de los mismos límites que la derecha (no pueden ser congruentes); el guante de

una mano no puede ser usado en la otra. ¿Cuál es pues la solución? Estos objetos no son, tal vez, representaciones de las cosas tales como en sí mismas son y como las reconocería el entendimiento puro, sino que son intuiciones sensibles, esto es, fenómenos, cuya posibilidad se funda en las relaciones de ciertas cosas, en sí desconocidas, con algo distinto, a saber: nuestra sensibilidad.» De alguna manera, lo que Kant viene a decir es que la diferencia entre dos contrapartidas incongruentes depende de una diferencia de sus propiedades espaciales intrínsecas y no de sus relaciones espaciales con un cuerpo distinto de las dos. Pero, por otra parte, esa diferencia no puede consistir en que partes de una de las figuras estén relacionadas de manera diferente con partes de la otra, pues esa diferencia no puede descubrirse. La argumentación de Wittgenstein consiste en afirmar que el que dos cosas iguales por lo que respecta a todas sus características espaciales —las contrapartidas— no se puedan hacer coincidir no tiene nada que ver con la congruencia. En la figura que aparece en el texto el que a los diagramas *a* y *b* no se les pueda hacer coincidir en un espacio tridimensional es lo que Kant consideraría un criterio de que *a* y *b* son incongruentes; pero Wittgenstein, como dice Fogelin, simplemente resuelve el problema de las contrapartidas incongruentes diciendo que no son incongruentes o, alternativamente, dando una nueva definición de «congruencia». Por otra parte, a la vista de 6.3611 es difícil explicar cómo los diagramas *a* y *b* son diferentes, esto es cómo son numéricamente distintos si son totalmente congruentes. Una posibilidad apuntada por Black es que Wittgenstein pensase que *a* y *b* son diferentes porque tienen antecedentes causales distintos, lo cual no estaría muy lejos de la solución kantiana.

6.362 Lo que se puede describir también puede suceder y lo que la ley de causalidad debe excluir tampoco puede describirse.

6.363 El modo de proceder de la inducción consiste en que aceptamos la ley *más simple* que se pueda poner en armonía con nuestras experiencias.

6.3631 Pero este modo de proceder no tiene ninguna fundamentación lógica, sólo la tiene psicológica.

Es claro que no existe fundamento alguno para creer que el caso más simple será también el que realmente tendrá lugar.

▼ Pues la única manera de que tuviese una fundamentación lógica sería que hubiese conexión lógica (necesaria) entre dos acontecimientos (véase 6.37).

6.36311 Que el sol saldrá mañana es una hipótesis; y esto quiere decir: no *sabemos* si saldrá.

6.37 No existe obligación alguna de que una cosa tenga que suceder porque otra cosa haya sucedido. Sólo hay necesidad *lógica*.

6.371 Toda la concepción del mundo moderno toma como base la ilusión de que las llamadas leyes de la naturaleza son las explicaciones de los fenómenos naturales.

▼ Wittgenstein tiene una concepción particular de «explicación» de acuerdo con la cual la ciencia natural no proporciona explicaciones de los fenómenos. Para él las explicaciones sólo tienen lugar allí donde se ponen de manifiesto conexiones necesarias (lógicas), y dado que las llamadas «leyes de la naturaleza» no son capaces de llevar a cabo esta tarea sólo pueden hablarnos de las cosas tal como son, no de cómo tienen que ser.

6.372 Así se quedan parados ante las leyes de la naturaleza como si de algo inviolable se tratase, como hacían los antiguos con Dios y el Destino.

Y, ciertamente, ambos tienen razón y ambos están equivocados. En cualquier caso, los antiguos tienen una idea más clara en la medida en que reconocen un punto final claro, mientras que en el sistema moderno ha de parecer como si *todo* estuviese explicado.

▼ Wittgenstein piensa que la concepción de los antiguos invocando a Dios o al Destino en sus explicaciones era más «lógicamente perspicua» —si se me permite hacer una comparación con la perspicuidad lógica de una notación— que la de los modernos con su afán de que todo tiene que quedar explicado. Pues de hecho la ciencia natural no lo explica todo. Desde luego, puedo explicar que el papel de tornasol enrojece cuando se introduce en un ácido conectando este hecho con otros hechos y éstos a su vez con otros y... Pero una de dos, o admitimos que hay al final de la serie unos hechos fundamentales que se autoexplican, o disimulamos y hacemos que las cosas aparezcan en un estadio particular de la «explicación» como si todo estuviera ya explicado, como si hubiéramos agotado ya la conexión inacabable de hechos. Los antiguos fiaban a la voluntad de Dios o del

Destino lo que no podían explicar y por eso su concepción deja claro que las explicaciones tienen que tener un punto final, es decir: representa mejor la propia naturaleza de una explicación.

6.373 El mundo es independiente de mi voluntad.

▼ Pues es obvio que «Quiero que sea el caso que *p*» y «*p*» hablan de dos hechos lógicamente independientes, del mismo modo que «Creo que *p*» y «*p*». Podría suceder que todo lo que quisiéramos sucediese de hecho, pero eso sólo sería un feliz accidente (6.374) porque Wittgenstein establece la condición de que sólo podemos hablar de relación entre ambos hechos si querer que «*p*» establece necesariamente que *p* es el caso.

6.374 Aunque todo lo que deseamos sucediese, sólo lo haría, por así decirlo, por concesión graciosa del destino, pues no hay conexión *lógica* alguna entre la voluntad y el mundo que lo garantice y, a su vez, la supuesta conexión física misma no es algo que podamos querer.

6.375 Del mismo modo que sólo hay una necesidad *lógica*, sólo hay también una imposibilidad *lógica*.

6.3751 Que, por ejemplo, dos colores estén al mismo tiempo en un sólo lugar del campo visual es imposible, de hecho es lógicamente imposible; pues está excluido en virtud de la estructura lógica del color.

Pensemos en cómo se presenta esta contradicción en física; más o menos del modo siguiente: una partícula no puede tener dos velocidades al mismo tiempo; esto quiere decir que no puede estar en dos lugares al mismo tiempo; esto quiere decir que las partículas que están en lugares diferentes al mismo tiempo no pueden ser idénticas.

(Es claro que el producto lógico de dos proposiciones elementales no puede ser ni una tau-

tología ni una contradicción. El enunciado de que un punto del campo visual tiene dos colores diferentes al mismo tiempo es una contradicción.)

▼ Véase 4.211. Aquí Wittgenstein intenta lidiar con un asunto espinoso que incide en toda la estructura del edificio del *Tractatus*. 6.375 recuerda que igual que sólo hay una necesidad lógica hay también una sola imposibilidad lógica pero, a continuación se alude a un posible contraejemplo pues si, por ejemplo, una superficie está coloreada de rojo en toda su extensión esto excluye que esté coloreada de verde en toda su extensión: «Esto es rojo» excluye, si es una proposición verdadera, que sea verdadera la proposición «Esto es verde» (donde «esto» se refiere a la misma superficie en el mismo lapso temporal). La dificultad reside en el carácter de la imposibilidad de que ambas proposiciones sean simultáneamente verdaderas. Podemos admitir que, como asunto de hecho, ninguna substancia que huela como el azufre sepa a vainilla y que la proposición universal «Toda substancia que huele como el azufre no sabe a vainilla» sea una ley natural y, por tanto, verdadera pero no necesariamente verdadera. Pero lo que sucede en el caso de la incompatibilidad de los colores es que el enunciado «Todo lo que es rojo en toda su extensión no puede ser simultáneamente verde» es necesariamente verdadero y esto quiere decir que su verdad es un asunto de lógica y no de cómo están las cosas en el mundo. La solución de Wittgenstein consiste, no en intentar poner de manifiesto que se da imposibilidad lógica de predicaciones simultáneas de colores distintos sino, como ya Ramsey señaló en su recensión del *Tractatus*, en trasladar el problema a las «propiedades necesarias del espacio, el tiempo, la materia o el éter»: lo que hace es afirmar que es lógicamente imposible que una misma partícula esté en dos lugares al mismo tiempo, pensando quizás que los colores, físicamente considerados, tienen movimientos ondulatorios que tienen, a su vez, velocidades. De este modo el enunciado «Esto es rojo y verde simultáneamente» sería una contradicción porque equivale al enunciado de que una partícula puede estar simultáneamente en dos lugares. El problema sólo se resuelve ilusoriamente porque ahora tenemos que explicar cómo las relaciones entre espacio y tiempo son lógicamente necesarias. Además, sea o no «Esto es rojo» un ejemplo de una proposición elemental, parece difícil conciliar lo anterior con la idea de que las proposiciones elementales son lógicamente independientes; pues ahora resulta que la atribución de una propiedad a un objeto excluye la atribución simultánea al mismo objeto de otras propiedades. De hecho Wittgenstein reconoció más tarde que este problema ponía en jaque todo el entramado del *Tractatus* y propuso, por ejemplo, considerar nuestros predicados para colores en la forma de un sistema con exclusiones mutuas: con ello, la idea inicial de la independencia lógica de las proposiciones elementales recibía un golpe de muerte al convertirse en la independencia mutua de *sistemas* de proposiciones elementales.

6.4 Todas las proposiciones tienen igual valor.

▼ Pues no hay ninguna proposición que exprese valor alguno. Las proposiciones hablan de lo que es el caso, los hechos, y su carácter es contingente, pero lo que tiene algún valor no puede ser accidental; por consiguiente tiene que estar fuera del mundo (6.41). Justamente la «falacia naturalista» formulada por Moore puede decirse que consiste en intentar derivar juicios de valor de lo que es contingente. De acuerdo con esto, Wittgenstein se adhiere a la concepción según la cual hay un hiato insalvable entre hechos y valores.

6.41 El sentido del mundo tiene que residir fuera de él. En el mundo todo es como es y todo sucede como sucede; no hay *en* él valor alguno y, si lo hubiera, no tendría ningún valor.

Si hay algún valor que tenga valor, tiene que residir fuera de todo lo que sucede y de todo lo que es de esta y aquella manera. Pues todo lo que sucede y todo lo que es de esta y aquella manera es accidental.

Lo que lo hace no ser accidental no puede residir *en* el mundo pues, en tal caso, eso sería, a su vez, accidental.

Tiene que residir fuera del mundo.

6.42 Es por ello por lo que no puede haber proposiciones éticas.

Las proposiciones no pueden expresar nada que sea más elevado.

6.421 Es claro que la ética no consiente en que se la exprese.

La ética es transcendental.

(Ética y estética son uno y lo mismo.)

▼ Si la ética no tiene que ver con lo que es el caso es obvio que no puede haber proposiciones de la ética. Las que más se aproximan son aquellas que aluden a las consecuencias de nuestras acciones (véase 6.422), pero en este caso su valor es sólo extrínseco. La ética, como la estética, es un tipo de actitud que no se relaciona con lo que es el caso. Tanto la una como la otra están emparentadas con el carácter del mundo como un todo y no con algo que sucede dentro del mundo. Tanto la lógica (6.13) como la ética son transcendentales; ni una ni otra tienen que ver con lo que es el caso, aunque sí con el armazón dentro del que se dan los hechos.

6.422 Lo primero que se nos viene a las mientes al proponer una ley ética de la forma «Debes...» es: «¿Y qué pasa si no lo hago?». Es claro, sin embargo, que la ética no tiene nada que ver con castigos y recompensas en el sentido habitual. Por ello, la pregunta por las *consecuencias* de una acción tiene que carecer de importancia. — Al menos esas consecuencias no han de ser eventos. Pero, a pesar de todo, en la pregunta planteada tiene que haber algo que sea correcto. Ciertamente, tiene que haber algún género de castigo y recompensa éticos, pero éstos tienen que residir en la propia acción.

(Y es claro también que la recompensa tiene que ser algo agradable y el castigo algo desagradable.)

▼ Imaginemos que alguien me dice: «No debes salir de paseo por la montaña si las predicciones meteorológicas son desfavorables.» Si yo respondo «¿Y qué pasa si a pesar de todo decido salir?», esto es una señal de que el primer enunciado, a pesar de su forma, no contiene elemento valorativo alguno en el sentido de Wittgenstein. Pues se me pueden explicar cuáles son las consecuencias de salir a la montaña cuando hay aviso de temporal, los peligros que conlleva salir y las ventajas que comporta quedarme en el refugio (los «castigos» y las «recompensas» de mi acción) y, tomando todas las cosas en cuenta, yo decidiría si «debo» o «no debo» hacer la excursión. Ahora bien, si a pesar de las malas perspectivas meteorológicas decido salir, lo que uno te diría sería simplemente «allá tú, es tu problema» (o algo por el estilo). Pero compárese con el siguiente enunciado: «No se debe infligir maltrato a nadie por razón de su raza, religión u orientación sexual». Si alguien responde: «¿Y qué pasa si ignoro esto?», no tendría efecto alguno el señalarle las consecuencias de las acciones que contravienen el enunciado en cuestión pues la importancia de la prescripción no depende de ellas. Eso no quiere decir que contravenirlo no tenga consecuencias; por supuesto que las tiene. Pero, según Wittgenstein, lo importante aquí —y lo que hace que el enunciado muestre que contiene una valoración— consiste en que su importancia no depende de algo que es el caso (las consecuencias de no seguir la prescripción), sino de que *tiene valor por sí mismo que yo actúe de acuerdo con la prescripción*. También en este caso hay castigos y recompensas, pero estos tienen que derivarse de la acción misma y no meramente de consecuencias externas de la acción.

6.423 No se puede hablar de la voluntad como sujeto de lo ético.

Y la voluntad como fenómeno interesa sólo a la psicología.

▼ Si el mundo es independiente de mi voluntad y no hay conexión lógica alguna entre la voluntad y el mundo (6.373, 6.374), se sigue que cualquier acontecimiento del mundo que podamos llamar voluntario, entre ellos el propio fenómeno de la volición, sólo puede ser de interés para las ciencias —entre ellas la psicología— que se ocupan justamente de lo que es el caso. De este modo, la voluntad entendida como fenómeno del mundo no puede ser portadora de lo ético; lo ético no tiene que ver con los hechos. Ahora bien, hay un sentido de «voluntad» —buena voluntad y mala voluntad— que está conectado con la ética y también, de algún modo, con el mundo. Buena y mala voluntad cambian el mundo como totalidad, pero no los hechos del mundo; es perfectamente posible que buena y mala voluntad no tengan repercusión en el mundo porque, recuérdese, incluso cuando el contenido de mis voliciones se materializa siempre es sólo por una concesión graciosa del destino. De este modo el mundo del hombre feliz y el del hombre infeliz son mundos distintos pero no por razón de alteración alguna dentro del mundo, sino porque el mundo como un todo cambia a la par que las actitudes hacia él (que no son parte del mundo) (6.43).

6.43 Si la buena o la mala voluntad cambian el mundo, sólo pueden cambiar los límites del mundo, no los hechos; no lo que puede expresarse por medio del lenguaje.

Dicho brevemente: el mundo tiene que convertirse entonces en otro completamente distinto. Tiene que, por así decirlo, disminuir o aumentar como un todo.

El mundo del que es feliz es diferente del de aquél que es infeliz.

6.431 Así también, a la hora de la muerte, el mundo no cambia, se termina.

6.4311 La muerte no es un evento de la vida. De la muerte no tenemos vivencia alguna.

Si por eternidad no entendemos duración temporal infinita sino intemporalidad, entonces vive eternamente el que vive en el presente.

Nuestra vida carece de final en la misma medida en que nuestro campo visual carece de límites.

▼ Pues la muerte no pertenece a lo que es el caso; es el límite del mundo pero no forma parte del mundo (6.431). Wittgenstein se hace eco aquí del famoso razonamiento de Epicuro en la *Carta a Meneceo*: «La muerte no es nada para nosotros; cuando existimos la muerte no está presente; cuando está presente no existimos.» Y «el recto conocimiento de que la muerte nada es para nosotros hace dichosa la mortalidad de la vida, no porque añada una temporalidad infinita, sino porque elimina el ansia de inmortalidad». La vida del hombre feliz es la vida del que vive en el presente, sin ansia de inmortalidad porque siente el mundo como un todo limitado (6.45).

6.4312 La inmortalidad temporal del alma humana, es decir, su eterna supervivencia incluso después de la muerte, no sólo no está garantizada en modo alguno, sino que, sobre todo, esta suposición no sirve en absoluto para lo que siempre se ha pretendido alcanzar con ella. Pues ¿se resuelve algún enigma porque yo viva eternamente? ¿No es quizá esa vida eterna tan enigmática como la presente? La solución del enigma de la vida en el espacio y en el tiempo reside *fuera* del espacio y del tiempo.

(No son problemas de la ciencia natural los que han de solucionarse aquí.)

▼ En una de sus cartas a Odgen durante el proceso de traducción del *Tractatus* Wittgenstein explica así lo que quiere decir. Imaginemos que alguien intenta demostrar una determinada proposición en física. Para ello hace ciertos supuestos y espera que sean ellos los que hagan la tarea de probar la proposición en cuestión, probar que la proposición se sigue de ellos. Pero si tal proposición, no se sigue diremos que esos supuestos no sirven para lo que intentábamos que sirvieran. Del mismo modo, el supuesto de la inmortalidad del alma humana no sirve para resolver *el enigma*, particularmente porque el enigma no existe (6.5). En la misma carta a Odgen Wittgenstein se refiere al enigma como «el enigma "por excelencia"». Es muy probable que Wittgenstein se esté refiriendo aquí a la muy conocida expresión del popularizador del darwinismo en Alemania, Ernst Haeckel (1834-1919), «el enigma del universo». Por tal enigma Haeckel entendía preguntas tales como «¿Cuál es el significado del universo?», «¿Por qué hay universo (algo)?», que son distintas de, por ejemplo, «¿Cómo se ha formado el universo?». De alguna manera, que el enigma no exista quiere decir que tales preguntas no pueden formularse porque su respuesta tampoco es susceptible de formulación (6.5). Por eso, no pertenece a la ciencia natural lo que podría dar una respuesta cabal a tales preguntas (a diferencia de la indagación sobre cómo se ha formado el universo).

6.432 Para lo que es más elevado resulta absolutamente indiferente *cómo* sea el mundo. Dios no se revela *en* el mundo.

▼ La posición de Wittgenstein respecto de Dios (como sucede con su posición respecto de lo místico) es ambivalente. Wittgenstein podría estar haciéndose eco aquí de la conocida postura de Kant de que la teología natural no es posible: es siempre ilegítimo intentar derivar la existencia del Dios a partir de la existencia del mundo. Por otra parte hay algunas evidencias de que Wittgenstein consideraba absolutamente increíble la idea de un Dios personal que reparte recompensas y castigos. Y en sus *Diarios* habla de Dios como equivalente al sentido de la vida e incluso al mundo, a «cómo están las cosas». Fogelin [Fogelin (1995), pp. 97-99] cree que este párrafo (junto con, por ejemplo, 6.41 y 4.4321) es una buena muestra de lo que él llama «la insignificancia de lo decible». Lo decible es aquello que es contingente, lo que tiene que ver con lo que es el caso. Wittgenstein ya había advertido en su prefacio que «la *verdad* de los pensamientos de los que se da cuenta aquí es intocable y definitiva. Soy por ello de la opinión de que, en lo esencial, he resuelto los problemas de modo indiscutible. Y, si no estoy equivocado en esto, la segunda cosa de valor que hay en este trabajo consiste en mostrar cuán poco se ha conseguido una vez que estos problemas se han resuelto». Ahora se limita a consignar que lo que ha conseguido es insignificante. Ha logrado desentrañar la forma general de la proposición nada menos que la estructura del mundo, pero cuando intentamos aplicarnos a las cosas verdaderamente importantes nos sentimos impotentes: lo que tiene valor, lo místico, etc., simplemente no puede expresarse en palabras, no tiene forma proposicional.

6.4321 Los hechos, todos ellos, pertenecen sólo a la tarea, no a la solución.

▼ Esto es: los hechos, el mundo, son sólo parte de la tarea de indagar sobre lo místico —que el mundo es—, pero no forman parte de la solución. Los hechos tienen que ver con cómo son las cosas y no con que las cosas son.

6.44 Lo místico no consiste en *cómo* es el mundo, sino en *que* sea.

6.45 La visión del mundo *sub specie aeterni* consiste en verlo como un todo, un todo limitado.

El sentir el mundo como un todo limitado es lo místico.

▼ Véase 6.522.

6.5 Si una respuesta no puede expresarse, la pregunta que le corresponde tampoco puede expresarse.

El enigma no existe.

Si una pregunta puede llegar a plantearse, entonces también *se* le *puede* dar una respuesta.

▼ Véase 6.431.

6.51 El escepticismo *no* es irrefutable, sino un sinsentido obvio, pues quiere plantear dudas allí donde no se puede preguntar.

Pues una duda sólo puede existir allí donde existe una pregunta; una pregunta sólo donde existe una respuesta y esta última sólo donde *puede decirse* algo.

▼ Wittgenstein no explicita de qué tipo de escepticismo está hablando aquí; pero, dado el contexto de esta observación, podríamos explicar lo que quiere decir del modo siguiente. Imaginemos un escéptico acerca del sentido de la vida o del mundo; esa persona es escéptica porque no tiene razón alguna para creer que el mundo tiene algún sentido. Alguien que mantuviera esa posición comparte suelo común con quien defiende que el mundo sí tiene sentido: los dos piensan que la pregunta sobre si el mundo tiene sentido es perfectamente legítima (como lo es la pregunta acerca del origen del mundo); ahora bien, el contenido de tal pregunta carece de forma lógica, no inquiere sobre una situación posible. Por eso Wittgenstein afirma que el escepticismo es un sinsentido obvio: el escéptico plantea dudas respecto de un asunto del que no se puede decir nada; si no puede decirse nada sobre él no se puede responder a preguntas que lo tomen como objeto y, si esto último tampoco puede hacerse, entonces no cabe preguntar siquiera. Nótese que el mismo argumento vale para el no escéptico respecto del sentido del mundo.

6.52 Sentimos que, aún cuando *todas las posibles* preguntas científicas hayan obtenido una respuesta,

nuestros problemas vitales ni siquiera se han tocado. Desde luego, entonces ya no queda pregunta alguna; y esto es precisamente la respuesta.

▼ Wittgenstein expresó algunas veces que el impulso hacia lo místico tenía que ver con la insatisfacción que nos dejan las respuestas de la ciencia. Una vez que se dan todas las respuestas científicas posibles ya no quedan más respuestas que dar y tampoco quedan preguntas genuinas. Las posibles preguntas que alguien pueda plantear entonces sólo son preguntas aparentes cuya respuesta es precisamente que no son preguntas. Ahora bien, Wittgenstein no cree que carezca de valor el intentar plantear esas preguntas y dar esas respuestas. La gente ha hecho esto siempre, lo seguirá haciendo y, por cierto, con provecho. Lo equivocado es no darse cuenta de que se trata de preguntas y respuestas cuyo contenido no trata del mundo y considerarlas como si se tratara de preguntas y respuestas genuinas.

6.521 La solución del problema de la vida se trasluce en la desaparición de este problema.

(¿No es ésta acaso la razón por la que los hombres a los que, después de intensas dudas, les resultó claro el sentido de la vida, no pudieran decir, en ese momento, en qué consistía tal sentido?)

6.522 Existe en efecto lo inexpresable. Tal cosa *resulta ella misma manifiesta*; es lo místico.

▼ Tanto aquí como en 6.23 Wittgenstein utiliza la construcción alemana *sich zeigen* traducida usualmente por «mostrarse» o «se muestra». Sin embargo, como señala C. Lewy en «Note on the Text of the *Tractatus*», *Mind*, 1967, pp. 416-423, Wittgenstein corrigió de su puño y letra la traducción inglesa de Odgen que rezaba «show(s) itself» e introdujo las expresiones «appear from» y «appear» que yo, siguiendo a Pears y McGuiness, traduzco como «resultar manifiesto».

6.53 El método correcto en filosofía consistiría propiamente en esto: no decir nada más que lo que se puede decir, esto es: proposiciones de la ciencia natural —algo, por tanto, que no tiene nada que ver con la filosofía—; y entonces, siempre que alguien quisiese decir algo metafísico, demostrarle que no había dado significado alguno

a ciertos signos de sus proposiciones. Este método no sería satisfactorio para la otra persona —no tendría la sensación de que le estábamos enseñando filosofía— pero *tal método* sería el único estrictamente correcto.

6.54 Mis proposiciones son elucidaciones de este modo: quien me entiende las reconoce al final como sinsentidos, cuando mediante ellas —a hombros de ellas— ha logrado auparse por encima de ellas. (Tiene, por así decirlo, que tirar la escalera una vez que se ha encaramado en ella.)

Tiene que superar esas proposiciones; entonces verá el mundo correctamente.

▼ 6.53 pretende explicar cuál es el método correcto en filosofía. Lo que se puede decir son las proposiciones de la ciencia natural (y vamos a entender que «ciencia natural» incluye aquí las proposiciones del lenguaje ordinario). Si esto es así, puesto que la filosofía no es una ciencia, sus proposiciones no dicen nada. Ahora bien, hay más de una manera en que las proposiciones pueden intentar decir algo sin decir nada. En primer lugar las tautologías y contradicciones no dicen nada porque carecen de sentido (lo que, recuérdese, no quiere decir que sean sinsentidos). Y hay una segunda manera en la que las proposiciones pueden no lograr su objetivo: cuando son *sinsentidos* (absurdos). Wittgenstein piensa que las proposiciones de la filosofía —las propias proposiciones del *Tractatus*— pertenecen a esta segunda clase. Las razones de esta posición no están claras pero, en principio, parece que no sería adecuado decir que «El mundo es todo lo que es el caso» o «Un pensamiento es una figura lógica de los hechos» sean proposiciones tautológicas, por lo que sólo queda abierta la segunda opción. Sin embargo, el que sean sinsentidos plantea una dificultad, pues Wittgenstein pretende que sus proposiciones sean elucidaciones; ahora bien, si son sinsentidos, esto es: absurdos, ¿cómo nos resulta posible entenderlas para que, al final, funcionen como elucidaciones? ¿Cómo nos aclaran las cosas los sinsentidos? Una de las dificultades de la posición de Wittgenstein tiene su raíz en el hecho de que dividiese nítidamente entre proposiciones que son sinsentidos y todas las demás (con el caso especial de las tautologías y contradicciones que carecen de sentido pero no son sinsentidos), pues nos resulta difícil hacernos cargo de cómo puede sernos de utilidad aclaratoria algo que, por principio, no podemos entender. Pero lo que Wittgenstein parece querer decir es que los sinsentidos no son meramente garabatos al buen tuntún (como podría serlo «grzx wao pzst») sino, en el caso del lenguaje, configuraciones de signos que nos son familiares en muchos contextos y que en el filosófico *sólo tienen apariencia de proposiciones*. Aunque son sinsentidos estrictos, descubrimos que lo son cuando se nos llama la atención sobre la falta de

significado de algunos de sus signos componentes; como cuando se nos dice que «Sócrates es idéntico» es un sinsentido porque al signo componente «idéntico» no le hemos asignado un significado como adjetivo. Mounce [Mounce (1981), pp. 105-106] llama la atención en este punto sobre el análisis del único ejemplo detallado que Wittgenstein da en el *Tractatus*: el caso del solipsismo. Cuando el solipsista dice «Sólo existo yo» da por supuesto el uso correcto de «yo» en circunstancias normales. En esos casos «yo» se puede usar para hacer referencia al que habla como algo distinto de las demás personas que se da por supuesto que existen. Pero el solipsista cree que puede convertir ese signo en un símbolo distinto, que puede usar «yo» para enfrentarlo a todo lo demás (incluidos los demás posibles usuarios de «yo») *que tiene ahora la característica de no ser real.* Ahora bien, esto obliga a considerar que el uso de «yo» en el segundo sentido no se refiere a ningún objeto del mundo y, en consecuencia, no puede decirse. El intento del solipsista de hacerlo conduce al sinsentido. Elucidar esto es, de nuevo, sinsentido, pero Wittgenstein parece aceptar que, del mismo modo que todas las tautologías son vacías pero el modo en que muestran que son vacías no es el mismo, los sinsentidos tampoco dicen nada pero hay algún valor en el proceso de cómo llegamos a darnos cuenta que son sinsentidos. No es lo mismo el sinsentido del solipsista que niega el mundo al mismo tiempo que, para hacer esto, se ve forzado a presuponerlo, que el sinsentido que intenta poner fin a las ilegítimas pretensiones del solipsista. Pero, cuando las proposiciones filosóficas han cumplido su propósito de aclarar malentendidos, se tornan inútiles. Hemos llegado adonde queríamos y ahora podemos desprendernos de la escalera de la que nos hemos servido. Una vez que reconocemos que hemos «parloteado» mucho, la paz de espíritu sólo podemos alcanzarla callando la boca. No como una imposición, sino, como dice Wittgenstein en las *Investigaciones*, en virtud del descubrimiento que me permite dejar de hacer filosofía cuando quiera. Por cierto que la metáfora de la escalera fue empleada ya por Sexto Empírico en *Contra los lógicos* (y que es casi seguro que Wittgenstein encontró en Mauthner): «Del mismo modo que no es imposible que el hombre que se ha encaramado en un lugar elevado se desembarace de una patada de la escalera que le ha servido para subir, tampoco es improbable que el escéptico, una vez que ha llegado a la demostración de su tesis —por medio de un argumento que demuestra la no existencia de la demostración que ha usado, por así decirlo, a modo de escalera—, proceda a demoler su propio argumento.»

7 De lo que no se puede hablar, hay que callar la boca.

▼ Sin comentarios.

Anexos

A. Opiniones sobre Wittgenstein

Muy al principio dudaba entre si [Wittgenstein] era un hombre genial o un chiflado, pero no tardé en decidirme por lo primero. Algunos de sus primeros puntos de vista hicieron difícil la decisión. En una ocasión mantuvo, por ejemplo, que todas las proposiciones existenciales carecen de significado. Esto sucedió en un aula, y le invité a considerar la proposición «En este momento no hay hipopótamos en esta habitación». Cuando rehusó creerlo miré debajo de todos los pupitres sin encontrar ninguno, pero siguió sin convencerse.

Bertrand RUSSELL

[Wittgenstein era] un genio tal como se concibe tradicionalmente: apasionado, profundo, intenso y dominador. Poseía una cierta pureza que nunca he vuelto a encontrar en esa medida [...]. Todos los días me visitaba a medianoche y, durante tres horas, sumido en un excitado silencio, se movía de un lado para otro por mi habitación cual animal salvaje. Una vez le dije: «¿Está usted meditando sobre la lógica o sobre sus pecados?», y me respondió: «Sobre las dos cosas».

Bertrand RUSSELL

[Wittgenstein] tiene el orgullo de Lucifer.

Bertrand RUSSELL

Le dije [...] que imaginármelo a él, con la preparación filosófica que tenía, como un maestro de escuela, era algo parecido a como si alguien usase un instrumento de precisión para abrir cajones. Ludwig me contestó con una comparación que me dejó muda; me dijo: «Me recuerdas a alguien que está mirando a través de una ventana cerrada y no puede explicarse los extraños movimientos de un viandante. No se da cuenta de la tormenta que se está levantando fuera y de que esa persona quizás está haciendo grandes esfuerzos para mantenerse en pie». Fue entonces cuando me di cuenta de cómo veía él las cosas.

Hermine WITTGENSTEIN

El que un multimillonario se meta a maestro de escuela tiene toda la pinta de ser una perversidad.

Thomas BERNHARD

Dios ha llegado. Lo encontré en el tren de las 17.15.

John Maynard KEYNES

Wittgenstein es lo más parecido a un profeta que jamás haya conocido. Es un hombre que, como una torre, permanece enhiesto, independiente y sin inclinarse hacia ningún lado. Tiene su propia base, no teme a nadie [...] pero otros le temen [...] temen su juicio. También yo temía a Wittgenstein, me sentía responsable ante él. Jaleaba sus palabras como si fueran alhajas [...]. Es una cosa terrible trabajar bajo la mirada inquisitiva de aquellos ojos penetrantes y de aquel discernimiento que conocía lo que era oro y lo que era basura. Y ante alguien que dice las palabras: «¡Esto es basura!».

O. K. BOUWSMA

Su mímica era absolutamente maravillosa. Desperdició su vocación: debería haber sido un actor de comedia. Con su curioso acento austríaco podía imitar todo tipo de acentos, estilos, maneras de hablar. Siempre estaba hablando sobre los diferentes tonos de voz en los que se podían decir cosas y era absolutamente cautivador. Recuerdo que una tarde se levantó de su silla y hablando con su extraño tono de voz dijo: «¿Qué diríamos si paso a través de este muro?» Y me recuerdo consciente de que mis nudillos palidecían mientras me agarraba con fuerza al sillón. Pensé realmente que iba a atravesar aquel muro y que el techo nos iba a caer encima. Parte de su encanto se debía con toda seguridad a que podía evocar cualquier cosa.

Peter GRAY-LUCAS

La gente dice a menudo que toda la filosofía es sólo una nota a pie de página a Platón, pero deberían añadir: hasta Wittgenstein.

Wasfi HIJAB

Es completamente cierto que tanto la obra como la personalidad de Wittgenstein provocarán diversos comentarios e interpretaciones en el futuro. El autor de las proposiciones «El enigma no existe» y «Todo lo que puede decirse puede decirse claramente» era él mismo un enigma, y sus proposiciones tienen un contenido que a menudo está a mucha profundidad de la superficie del lenguaje.

Georg H. von WRIGHT

B. Glosario de símbolos

p, *q*, *r*	Letras minúsculas usadas habitualmente como variables proposicionales que en el *Tractatus* están por proposiciones elementales. Así, por ejemplo, en 3.3441, 4.062, 4.0621, etc.
P, *Q*, *R*	Letras mayúsculas que representan valores de la variable ξ (véase más adelante), y están por proposiciones (no necesariamente proposiciones elementales). En el *Tractatus* se usan sólo en 5.501. Pero «*R*» se usa también como signo de relación (véase más adelante).
a, *b*, *c*	Letras iniciales del alfabeto en minúscula que funcionan como variables de sujeto (nombres de objetos). Así, por ejemplo, en 4.012, 4.1252, 4.1273, 4.242, 5.531, etc.
f(a), *g(a)*, *f(a, b)*	Las dos primeras representan proposiciones que contienen el nombre *a*; la segunda proposiciones que contienen los nombres *a* y *b*. Así, por ejemplo, en 4.1211, 5.531, etc.
aRb	La letra mayúscula «*R*» se usa en el *Tractatus* para representar relaciones del tipo «—es el

	sucesor de—», «—está encima de—», etc. «*aRb*» es una proposición que asevera la relación *R* entre *a* y *b*. Así, por ejemplo, en 4.012, 4.1252, 4.1273, etc.
x, y, z	Letras minúsculas del final del alfabeto usadas como variables. Su función es la de «guardar el sitio» a los nombres en las proposiciones en las que éstos se han eliminado. Así, por ejemplo, en 4.24, 5.531, 5.532, 5.5321, etc.
$f(x)$, $\phi(x, y)$, aRx,	Funciones proposicionales que son el resultado de eliminar uno o más nombres de una proposición que los contiene, substituyéndolos por una variable. Así, por ejemplo, en 4.1252, 4.1273, 4.24, etc.
$(x).fx$	Notación usada en el *Tractatus* para la cuantificación universal que, en la actualidad, se suele representar como $\forall x\ (Px)$. Así en 4.041, 5.521, 5.5321, etc. (Para el significado de los puntos «.» o «:» en las fórmulas cuantificacionales, véase más adelante.)
$(\exists x,y).\ xRy$, $(\exists x,y).\ x(x,y)$	Notación usada en el *Tractatus* para el particularizador o cuantificador existencial que, en la actualidad, se suele representar como $\exists x\ (Px)$. Así, por ejemplo, en 4.1252, 4.1272, 5.532, 5.534, etc.
$\sim$	La conectiva de negación cuya representación más habitual es actualmente «$\neg$». Así, por ejemplo, en 3.3441, 4.062, 5.101, etc.
v	La conectiva de disyunción no exclusiva (o suma lógica) tal como se presenta en 5.101. Su notación más habitual es «$\vee$»
$\supset$	La conectiva de implicación material que se representa en la actualidad como «$\rightarrow$». Véase, por ejemplo, 5.101.

| «|» representa el llamado «functor de Peirce» o negación de la disyunción (véase 5.101). Así, por ejemplo, en 5.101, 5.1311, etc. En la actualidad se suele representar como «↓».

.,: Los puntos tienen en el *Tractatus* un uso semejante al que les da Russell en los *Principia Mathematica*. De este modo tenemos que:
a) cuando el punto o los puntos están inmediatamente precedidos o seguidos de «v», «⊃», «(*x*)» o «∃*x*» funcionan como paréntesis de acuerdo con la regla siguiente: un número mayor de puntos indica paréntesis exterior y un número menor indica paréntesis interior.
b) cuando los puntos no se usan de la manera anterior representan la conjunción o producto lógico que, en la actualidad, se representa mediante «∧».

Veamos algunos ejemplos en los que los puntos se han substituido por los paréntesis y, en su caso, por las conectivas de conjunción y disyunción en sus versiones más habituales. Así:

5.101: «$p.\sim q$: v :$q.\sim p$» se lee como «$(p \vee \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$».
5.1311: «$p \mid q. \mid .p \mid q$» se lee como $(p \mid q) \mid (p \mid q)$.
5.532: «$(\exists x,y).f(x, y).\text{v}.(\exists x).f(x, x)$», se lee como «$(\exists x,y)\ (f(x,y)) \vee (\exists x)\ (f(x, x))$».
6.102: «$(p \supset q).\ (p) :\supset: (q)$», se lee como «$((p \supset q) \wedge p) \supset (q)$».
5.5321: «$(\exists x).\ fx\ .\supset.\ fa\ :\ \sim(\exists x,y).\ fx.\ fy$», se lee como «$(\exists x)\ ((fx) \supset (fa)) \wedge \sim(\exists x)\ (fx \wedge fy)$». (Nótese que en este caso «:» corresponde a una combinación de paréntesis y conectiva de conjunción.)

ξ, η Variables proposicionales. Así, por ejemplo, en 5.51, 6, 6.01.

N( ) Operación consistente en la negación conjunta ($\sim p \wedge \sim q$) de las proposiciones representadas por

	el signo o signos que van entre paréntesis. Así, por ejemplo, en 5.51, 5.52, 6, etc.
O', Ω'	Variables de operación. Así, por ejemplo, en 5.2521, 6.02, 6.241, etc.
=	Signo de identidad; así, en 5.534, etc.
$\aleph_0$	Símbolo (letra hebrea «aleph») que designa la cardinalidad del conjunto de los números naturales, el conjunto infinito de menor tamaño. Así en 4.1272.

C. Bibliografía

A) Ediciones del *Tractatus*

1921 *Logisch-philosophische Abhandlung, Annalen der Naturphilosophie*, n.° 14. (*Se trata de la primera edición del* Tractatus. *Contiene tan gran cantidad de errores que Wittgenstein llegó a considerarla como una edición pirata.*)

1922 *Logisch-philosophische Abhandlung / Tractatus logico-philosophicus*, texto original alemán con traducción al inglés de C. K. Odgen y F. P. Ramsey e introducción de Bertrand Russell, Routledge and Kegan Paul, Londres. (*Se considera como la genuina primera edición del* Tractatus *y tiene la virtud de haber sido revisada y corregida por el propio Wittgenstein.*)

1961 *Logisch-philosophische Abhandlung / Tractatus logico-philosophicus*, traducción al inglés de D. F. Pears y B. F. McGuiness e introducción de Bertrand Russell, Routledge and Kegan Paul, Londres. (*Texto alemán con una traducción inglesa mucho menos literal que la de Odgen en la que quedan resueltas algunas ambigüedades importantes de la edición de 1922, especialmente por lo que respecta al problema del solipsismo.*)

1971 *Prototractatus, an early version of Tractatus logico-philosophicus*, editado por B. F. McGuiness y G. H. von Wright, con traducción de D. F. Pears y B. F. McGuiness y un facsímil del manuscrito del autor, Routledge and Kegan Paul, Londres. (*Texto de una versión primitiva del* Tractatus, *descubierta en 1967.*)

B) Algunas traducciones del *Tractatus*

Castellano: trad. de Enrique Tierno, Revista de Occidente, Madrid, 1957 (con varias reimpresiones posteriores en Alianza, Madrid); trad. de Jacobo Miuñoz e Isidoro Reguera, Alianza, Madrid, 1987.
Catalán: trad. de Josep Maria Terricabras, Laia, Barcelona, 1981.
Euskera: trad. de José Luis Álvarez Santa, Universidad del País Vasco (Servicio Editorial)/Euskal Herriko Unibertsitatea (Argitarapen Zerbitzua), Bilbao, 1990.
Francés: trad. de Pierre Klossowski, Gallimard, París, 1972; trad. de Giles G. Granger, Gallimard, París, 1993.
Inglés: trad. de Daniel Kolak, Mayfield, Mountain View, Cal., 1998.
Italiano: trad. de G. C. Colombo, Fratelli-Bocca, Milán/Roma, 1954; trad. de Amedeo G. Conte, Einaudi, Turín, 1998.
Portugués: trad. de José Arthur Gianotti, Cía. Editora Nacional, São Paulo, 1968; trad. de M. S. Lourenço, Fundação Calouste-Gulbekian, Lisboa, 1987.

C) Algunas obras en castellano que tratan total o parcialmente sobre el *Tractatus*

Anscombe, G. E. M. (1959): *An Introduction to Wittgenstein's Tractatus*, Hutchinson, Londres; trad. castellana en Ed. El Ateneo, Buenos Aires.
Cerezo, M. (1998): *Lenguaje y lógica en el Tractatus de Wittgenstein. Crítica interna y problemas de interpretación*, Ediciones de la Universidad de Navarra, Pamplona.
García Suárez, A. (1976): *La lógica de la experiencia*, Tecnos, Madrid.
Kenny, A. (1973): *Wittgenstein*, Allen Lane, Londres; trad. castellana en Ed. Revista de Occidente, Madrid, 1974.
López de SantaMaría Delgado, P. (1986): *Introducción a Wittgenstein*, Herder, Barcelona.
Mounce, H. O. (1981): *Wittgenstein's Tractatus. An Introduction*, Basil Blackwell, Oxford; trad. castellana en Tecnos, Madrid, 1983.
Prades, J. L., y Sanfélix, V. (1990): *Wittgenstein: mundo y lenguaje*, Cincel, Madrid.
Reguera, I. (1980): *La miseria de la razón. El primer Wittgenstein*, Taurus, Madrid.
VVAA (1972): *Sobre el Tractatus logico-philosophicus*, Revista *Teorema*, Valencia. (*Incluye una edición bilingüe de las* Notes on Logic *de Wittgenstein, obra que éste envió a Russell en 1913 y en la que se prefiguran algunas de las tesis del* Tractatus.)

D) Algunas obras importantes que tratan total o parcialmente sobre el *Tractatus*

Black, M. (1964): *A Companion to Wittgenstein's Tractatus*, Cornell University Press, Nueva York.

Block, I. (comp.) (1981): *Perspectives on the Philosophy of Wittgenstein*, Basil Blackwell, Oxford.

Carruthers, P. (1990): *The Metaphysics of the Tractatus*, Cambridge University Press, Cambridge.

Cerezo, M. (2005), *Exploring Internal Tensions in Wittgenstein's «Tractatus»: An Analysis of the Conditions for the Possibility of Language*, Chicago, University of Chicago Press.

Crary, A., y Read, R. (comps.) (2000): *The New Wittgenstein*, Routledge, Londres.

Favrholdt, D. (1967): *An Interpretation and Critique of Wittgenstein's Tractatus*, Munksgaard, Copenhague.

Finch, H. (1971): *Wittgenstein. The Early Philosophy. An Exposition of the Tractatus*, Humanities Press, Nueva York.

Fogelin, R. J. (1995): *Wittgenstein*, 2.ª ed., Routledge, Londres (la primera edición de esta obra apareció en 1976).

Friedlander, E. (2001): *Signs of Sense. Reading Wittgenstein's Tractatus*, Harvard University Press, Cambridge, Mass.

Glock, H. J. (1995): *A Wittgenstein Dictionary*, Basil Blackwell, Oxford.

—(comp.) (2001): *Wittgenstein. A Critical Reader*, Basil Blackwell, Oxford.

Hacker, P. M. S. (1996): *Wittgenstein's Place in the Twentieth-Century Analytic Philosophy*, Basil Blackwell, Oxford.

Hutto, D. (2006), *Wittgenstein and the End of Philosophy: Neither Theory Nor Therapy*, Londres/Nueva York, Palgrave-Macmillan.

Maslow, A. (1961): *A Study in Wittgenstein's Tractatus*, University of California Press, Berkeley.

Nordmann, A. (2005), *Wittgenstein's Tractatus. An Introduction*, Cambridge, Cambridge University Press.

Ostrow, M. B. (2002): *Wittgenstein's Tractatus. A Dialectical Interpretation*, Cambridge University Press, Cambridge.

Pears, D. (1987): *The False Prison*, Oxford University Press, Oxford.

Reck, E. H. (2002): *From Frege to Wittgenstein*, Oxford University Press, Oxford.

Sluga, H., y Stern, D. G. (comps.): (1996): *The Cambridge Companion to Wittgenstein*, Cambridge University Press, Cambridge.

Stenius, E. (1960): *Wittgenstein's Tractatus. A Critical Examination of Its Main Lines of Thought*, Basil Blackwell, Oxford.

E) Algunas obras sobre la vida de Wittgenstein

Bartley, W. W. (1985): *Wittgenstein*, Open Court Press, La Salle, Il.; trad. castellana en Cátedra, Madrid, 1987.

FANN, K.T. (comp.) (1978): *Ludwig Wittgenstein: The Man and His Philosophy*, Humanities Press, Nueva York.
JANIK, A., y TOULMIN, S. (1973): *Wittgenstein's Vienna*, Simon and Schuster, Nueva York; trad. castellana en Taurus, Madrid, 1987.
JANIK, A. y S.; VEIGL, H. (1999): *Wittgenstein in Vienna: A Biographical Excursion through the City and Its History*, Springer, Viena/Nueva York.
KLAGGE, J. (2001): *Wittgenstein: Biography and Philosophy*, Cambridge University Press, Cambridge.
MALCOLM, N. (1966): *Ludwig Wittgenstein: A Memoir*, Oxford University Press, Oxford; trad. castellana en Mondadori, Barcelona, 1990.
MCGUINESS, B. (1982): *Wittgenstein and His Times*, Basil Blackwell, Oxford.
—— (1988): *Wittgenstein, A Life. Young Ludwig (1889-1921)*, Duckworth, Londres; trad. castellana en Alianza, Madrid, 1991.
MONK, R. (1990): *Ludwig Wittgenstein: The Duty of the Genius*, The Free Press, Nueva York; trad. castellana en Anagrama, Barcelona, 1997.
RHEES, R. (1981): *Personal Recollections*, Basil Blackwell, Oxford; trad. castellana en Fondo de Cultura Económica, México, 1989.
SCHORSKE, C. E. (1980): *Fin-de-Siècle Vienna: Politics and Culture*, Alfred Knopf, Nueva York.
WRIGHT, G. H. v. (1955): «A Biographical Sketch», en Fann (1978); trad. castellana en Mondadori, Barcelona, 1990.

F) MUSICOGRAFÍA

KAUFMANN, D. (1999), *Dialog mit Wittgenstein*, Composición electroacústica.
LUYTENS, E. (1953) Motete op. 27 para coro sin acompañamiento con texto tomado del *Tractatus Logico-Philosophicus* (*Wittgenstein's Motet*).
NUMMINEN, M. A., *The Tractatus Suite*, Man Productions Oy, Kelho, Finlandia. (*Obra de un célebre compositor finlandés de música rock. Se puede obtener más información en www.ma-numminen.net*)
POWERS, A. (2001), *A Picture of the World*, cantata para contratenor, clarinete y coro.

G) FILMOGRAFÍA

DEREK JARMAN (dir.): *Wittgenstein* (1993): guión de Terry Eagleton, distribuye Kino on video. (*Una película que refleja de manera muy aceptable la vida y la obra de Wittgenstein.*)

H) PÁGINAS WEB SOBRE EL *TRACTATUS*

http://www.kfs.org/~jonathan/witt/tlph.html (*hipertexto de la edición bilingüe de Odgen y Ramsey con un mapa del* Tractatus).
http://guava.phil.lehigh.edu/tlp/ (*presentación del* Tractatus *como un conjunto de proposiciones anidadas*).

D. Índice analítico

a priori, 2.225, 3.04, 3.05, 5.133, 5.4541, 5.4731, 5.55, 5.5541, 5.5571, 5.634, 6.31, 6.3211, 6.33, 6.34, 6.35.
abstracto (*abstrakt*), 5.5563.
accidente (*Zufall*), 2.012, 20121, 3.34, 5.4733, 6.031, 6.1232, 6.3, 6.41.
acción (*Handlung*), 5.1362, 6422.
actividad (*Tätigkeit*), 4.112.
afirmación (*Bejahung*), 4.064, 5.124, 5.1241, 5.513, 5.514, 6.231.
alma (*Seele*), 5.5421, 5.641, 6.4312.
análisis, (*Analyse*), 3.201, 3.25, 3.3442, 4.1274, 4.221, 5.5562.
analítico (*analytisch*), 6.11.
aplicación (*Anwendung*), 3.262, 5.2521, 5.2523, 5.32, 5.5, 5.5521, 5.557, 6.001, 6.123, 6.126.
arbitrario (*willkürlich*), 3.315, 3.322, 3.342, 5.02, 5.473, 5.47321, 5.554, 6.124, 6.1271.
argumento (*Argument*), 2.0131, 3.333, 4.0411, 4.431, 5.01, 5.02, 5.101, 5.152, 5.251, 5.47, 5.523, 5.5351, 6.1203.
argumento veritativo; véase: veritativo, argumento.
aritmética (*Arithmetik*), 4.4611, 5.451.
armazón (*Gerüst*), 3.42, 4.023, 6.124.
aseverar (*behaupten*), 4.122, 4.21, 6.2322.
asimetría (*Asymmetrie*), 6.3611.
atribuir (*zusprechen*), 4.124.
axioma (*Axiom*), 6.341.
axioma de infinititud (*Axiom of Infinity*), 5.531.
axioma de reducibilidad (*Axiom of Reducibility*), 6.1232, 6.1233.

base (*Basis*), 5.21, 5.22, 5.234, 5.24, 5.25, 5.251, 5.442, 5.54.
bello, lo (*das Schöne*), 4.003.
bueno, lo (*das Gute*), 4.003.

calcular (*rechnen*), 6.126, 6.2331.
campo visual (*Gesichtsfeld*), 2.0131, 5.633, 5.6331, 6.3751, 6.4311.
cardinal, número; véase: número cardinal.

carente de significado (*bedeutunglos*); véase: significado, carente de.
caso, ser el (*der Fall sein*), 1, 1.112. 1.21, 2, 2.024, 3.342, 4.024, 5.1362, 5.5151, 5.541, 5.5542, 6.23.
castigo (*Strafe*), 5.422.
causa (*Ursache*), 6.3611.
causal, nexo (*Kausalnexus*), 5.136, 5.1361.
causalidad (*Kausalität*), 5.1362.
causalidad, ley de (*Kausalitätgesetz*), 6.36, 6.362.
ciencia (*Wissenschaft*), 6.34, 6.341, 6.52.
ciencia natural (*Naturwissenschaft*), 4.11, 4.111, 4.1121, 4.1122, 4.113, 6.111, 6.4312, 6.53.
clase (*Klasse*), 3.311, 3.315, 4.1272, 6.031.
clases, teoría de (*Theorie der Klassen*), 6.031.
color (*Farbe*), 2.0131, 2.0251, 2.171, 4.123, 6.3751.
combinación (*Kombination*), 4.27, 4.28, 5.46.
—(*Verbindung*), 2.01, 2.0121, 4.221, 4.466, 4.4661, 5.131, 5.451, 5.515, 6.12, 6.1201, 6.121, 6.1221, 6.124, 6.23, 6.232.
combinación de verdad; véase: verdad, combinación de.
complejo (*Komplex*), 2.0201, 3.1432, 3.24, 3.3442, 4.1272, 4.2211, 4.441, 5.515, 5.5423.
compuesto (*zusamengesetzt*), 2.021, 3.143, 3.1431, 3.3411, 4.032, 4.2211, 5.47, 5.5261, 5.5421, 5.55.
concepto (*Begriff*), 4.063, 4.126, 4.127, 4.1271, 4.1272, 4.12721, 4.1273, 4.1274, 4.431, 5.2523, 5.521, 5.555, 6.022.
concepto formal (*formale Begriff*), 4.126, 4.127, 4.1271, 4.1272, 4.12721, 4.1273.
concepto primitivo (*Grundbegriff*), 4.12721, 5.451, 5.476.
conceptual, notación; véase: notación conceptual.
conexión (*Verbindung*), 4.0311.
configuración (*Konfiguration*), 2.0231, 2.0271, 2.0272, 3.21.
conformar (*bilden*), 5.475.
conservación, ley de (*Erhaltungsgesetz*), 6.33.
constante (*Konstant*), 3.312, 3.313, 4.126, 41271, 5.501, 5.522.
construcción (*Bau*), 4.002, 4.014, 4.5, 6.002.
—(*Konstruktion*), 4.023, 4.5, 5.233, 5.556, 6.343.
constantes lógicas (*logische Konstanten*), 4.0312, 5.4, 5.441, 5.47.
constitución (*Bau*), 5.5262.
constituyente; véase: parte constituyente.
contener (*enthalten*), 2.014, 2.203, 302, 3.13, 3.24, 3.332, 3.333, 5.121, 5.122, 5.44, 5.47.
contenido (*Gehalt*), 6.111.
—(*Inhalt*), 2.025, 3.13, 3.31.
continuidad en la naturaleza, ley de (*Satz der Kontinuität in der Natur*), 6.34.
contradicción (*Kontradiktion*), 4.46, 4.461, 4.4611, 4.462, 4.463, 4.464, 4.465, 4.466, 4.4661, 5.101, 5.143, 5.525, 6.1202, 6.3751.
—(*Wiederspruch*), 3.032, 4.1211, 4.211, 5.1241, 6.1201, 6.3751.
contradicción, principio de; véase: principio de contradicción.
convención (*Abmachung*), 4.002.
—(*Übereinkunft*), 3.315, 5.02.
coordenadas (*Koordinaten*), 3.032, 3.41.
coordinar (*zuordnen*), 2.1514, 2.1515, 4.43, 4.44, 5.526, 5.542, 6.1203.
cópula (*Kopula*), 3.323.

correcto (*richtig*), 2.17, 2.173, 2.18, 2.21, 3.04, 5.5302, 5.62, 6.2321.
corresponder (*entsprechen*), 2.13, 3.2, 3.21, 3.315, 4.0621, 4.063, 4.28, 4.441, 4.466, 5.5542.
cosa (*Ding*), 1.1, 2.01, 2.011, 2.012, 2.0121, 2.0122, 2.013, 2.02331, 2.151, 3.1431, 3.221, 4.0311, 4.1272, 4.243, 5.5301, 5.5303, 5.5351, 5.5352, 5.553, 5.634, 6.1231.
—(*Sache*), 2.01, 2.15, 2.1514, 4.1272.
creencia (*Glaube*), 5.1361, 5.1363, 5.541, 5.542, 6.33, 6.3631.
crítica del lenguaje (*Sprachkritik*), 4.0031.

Darwin, 4.1122.
decir (*sagen*), 3.031, 4.022, 4.115, 4.1212, 5.535, 4.461, 5.142, 5.43, 5.4733, 5.513, 5.5303, 5.61, 5.62, 6.11, 6.121, 6.342, 6.35, 6.36, 6.51, 6.53.
deducir (*folgern*), 5.132, 5.133, 5.134.
definición (*Definition*), 3.24, 3.26, 3.261, 3.343, 4.241, 5.42, 5.451, 5.452, 5.5302, 6.02.
demostración (*Beweis*), 6.126, 6.1262, 6.1263, 6.1264, 6.1265, 6.2321, 6.241.
descripción (*Beschreibung*), 2.0201, 2.02331, 3.144, 3.24, 3.317, 3.33, 4.016, 4.023, 4.0641, 4.26, 4.5, 5.02, 5.156, 5.4711, 5.472, 5.501, 5.526, 5.634, 6.124, 6.125, 6.341, 6.342, 6.35, 6.3611, 6.362.
desmembrar (*zergliedern*), 3.26.
despiezar (*auseinderlegen*), 3.261.
destino (*Schicksal*), 6.372, 6.374.
determinado (*bestimmt*), 1.11, 1.12, 2.0231, 2.031, 2.032, 2.05, 2.14, 2.15, 3.14, 3.23, 3.251, 3.327, 3.4, 3.42, 4.063, 4.0641, 4.431, 4.463, 4.466, 6.124.
diferencia (*Verschiedenheit*), 2.0233, 5.135, 5.53, 6.232, .
Dios (*Gott*), 3.031, 5.123, 6.372, 6.432.
dualismo (*Dualismus*), 4.128.
duda (*Zweifel*), 6.51, 6.521.

economía, principio de; véase: principio de economía.
ecuación (*Gleichung*), 4.241, 6.2, 6.22, 6.232, 6.2323, 6.2341, 6.24.
elemental, proposición (*Elementarsatz*), 4.21, 4.211, 4.22, 4.221, 4.23, 4.24, 4.243, 4.25, 4.26, 4.28, 4.3, 4.31, 4.4, 4.41, 4.42, 4.431, 4.45, 4.46, 4.51, 4.52, 5, 5.01, 5.101, 5.134, 5.152, 5.234, 5.3, 5.31, 5.32, 5.41, 5.47, 5.5, 5.524, 5.5262, 5.55, 5.555, 5.556, 5.5561, 5.557, 5.5571, 6.001, 6.124, 6.3751.
elemento (*Element*), 2.13, 2,131, 2.14, 2.15, 2.151, 2.1514, 2.1515, 3.14, 3.2, 3.201, 3.24, 3.42.
elucidación (*Erläuterung*), 3.263, 4.112.
emplear (*anwenden*), 3.5.
—(*verwenden*), 3.325, 4.013, 6.1202.
enumeración (*Aufzälung*), 5.501.
enunciado (*Aussage*), 2.021, 6.3751.
enunciar (*aussagen*), 3.317, 3.332, 4.03, 4.242, 4.442, 5.25, 6.1264.
erróneo (*falsch*), 2.17, 2.173, 2.18.
escepticismo (*Skeptizismus*), 6.51.
esencia (*Wesen*), 2.011, 3.143, 3.1431, 3.31, 3.317, 3.34, 3.341, 3.3411, 3.342, 3.3421, 4.013, 4.016, 4.027, 4.03, 4.112, 4.465, 4.4661, 4.5, 5.3, 5.471, 5.4711, 5.501, 5.533, 6.1232, 6.124, 6.126, 6.127, 6.232, 6.2341.

espacio (*Raum*), 2.0121, 2.013, 2.0131, 2.0251, 2.11, 2.171, 2.182, 2.202, 3.032, 3.0321, 3.1431, 4.0412, 4.463, 6.3611, 6.36111, 6.4312.
espacio de juego (*Spielraum*), 4.463, 5.5262.
espacio lógico (*logischer Raum*), 1.13, 2.11, 2.202, 3.4, 3.42, 4.463.
espejo (*Spiegel*), 5.511.
esquema (*Schema*), 4.31, 4.43, 4.441, 4.442, 5.101, 5.151, 5.31.
estado de cosas (*Sachverhalt*), 2, 2.01, 2.011, 2.012, 2.0121, 2.0122, 2.0123, 2.0141, 2.0272, 2.03, 2.031, 2.032, 2.034, 2.04, 2.05, 2.06, 2.061, 2.062, 2.11, 2.201, 3.001, 3.0321, 4.023, 4.0311, 4.1, 4.122, 4.2, 4.21, 4.2211, 4.25, 4.27, 4.3.
estética (*Aesthetik*), 6.421.
estructura (*Struktur*), 2.032, 2.033, 2.034, 2.15, 4.1211, 4.122, 5.13, 5.2, 5.22, 6.12, 6.3751.
eternidad (*Ewigkeit*), 6.4311.
exhibir (*aufweisen*), 2.172, 4.121.
existencia (*Bestehen*), 2, 2.0121, 2.04, 2.05, 2.06, 2.11, 2.201, 4.1, 4.122, 4.124, 4.125, 4.2, 4.21, 4.25, 4.27, 4.3, 5.131, 5.135.
—(*Existenz*), 3.032, 3.24, 3.323, 3.4, 3.411, 4.1274, 5.5151.
experiencia (*Erfahrung*), 5.552, 5.553, 5.634, 6.1222, 6.363.
expresión (*Ausdruck*), 3.1, 3.12, 3.13, 3.124, 3.1431, 3.2, 3.24, 3.251, 3.262, 3.31, 3.311, 3.312, 3.313, 3.314, 3.318, 3.323, 3.33, 3.34, 3.341, 3.3441, 4.002, 4.03, 4.0411, 4.121, 4.124, 4.125, 4.126, 4.1272, 4.1273, 4.241, 4.4, 4.5, 5.131, 5.22, 5.24, 5.242, 5.31, 5.476, 5.503, 5.5151, 5.525, 5.53, 5.5301, 5.535, 5.5352, 6.124, 6.1264, 6.21, 6.23, 6.232, 6.2321, 6.2322, 6.2323, 6.24.
expresión, modo de (*Ausdrucksweise*), 4.015, 5.21, 5.526.

falso (*falsch*), 2.0212, 2.221, 2.22, 2.222, 2.223, 2.224, 3.24, 4.003, 4.023, 4.06, 4.061, 4.062, 4.063, 4.25, 4.26, 4.28, 4.31, 4.41, 4.431, 4.46, 5.512, 5.5262, 5.5351, 6.111, 6.113, 6.1203.
feliz (*glücklich*), 6.43.
fenómeno (*Phänomen*), 6.423.
fenómeno natural (*Naturerscheinung*), 6.371.
figura (*Bild*), 2.0212, 2.1, 2.11, 2.12, 2.13, 2.131, 2.14, 2.141, 2.15, 2.151, 2.1511, 2.1515, 2.16, 2.161, 2.17, 2.171, 2.172, 2.173, 2.174, 2.18, 2.181, 2.182, 2.19, 2.2, 2.201, 2.202, 2.203, 2.21, 2.22, 2.2221, 2.223, 2.224, 2.225, 3, 3.001, 3.01, 3.42, 4.01, 4.011, 4.012, 4.013, 4.015, 4.032, 4.06, 4.462, 4.463, 5.156, 6.341, 6.342, 6.35.
figura lógica (*logisches Bild*), 2.181, 2.182, 2.19, 3, 4.03.
figura viviente (*lebendes Bild*), 4.0311.
figuración, forma de; véase: forma de figuración.
figurativa, relación (*abbildende Beziehung*) , 2.1513, 2.1514.
filosofía (*Philosophie*), 3.324, 3.3421, 4.003, 4.0031, 4.111, 4.112, 4.1121, 4.1122, 4.113, 4.122, 4.128, 5.641, 6.113, 6.211, 6.53.
finito (*endlich*), 5.32.
física (*Physik*), 3.0231, 6.321, 6.341, 6.3751.
forma (*Form*), 2.0122, 2.0141, 2.022, 2.023, 2.0231, 2.0025, 2.0251, 2.026, 2.033, 2.18,

3.13, 3.31, 3.312, 3.333, 4.002, 4.0031, 4.012, 4.063, 4.1241, 4.1271, 4.241, 5.2522, 5.451, 5.46, 5.47, 5.501, 5.5351, 5.542, 5.555, 5.556, 5.6331, 6, 6.002, 6.01, 6.022, 6.03, 6.1201, 6.1203, 6.1224, 6.1264, 6.32, 6.34, 6.341, 6.342, 6.35, 6.422.
forma de figuración (*Form der Abbildung*), 2.15, 2.151, 2.17, 2.172, 2.181, 2.22.
forma de la proposición (*Form des Satzes*), 3.312, 4.1273, 4.0031, 4.012, 4.5, 4.53, 5.131, 5.24, 5.241, 5.451, 5.46, 5.47, 5.471, 5.472, 5.54, 5.541, 5.542, 5.5422, 5.55, 5.554, 5.555, 5.556, 6, 6.002.
forma de representación (*Form der Darstellung*), 2.173, 2.174.
forma lógica (*logische Form*), 2.0233, 2.18, 2.181, 2.2, 3.315, 3.327, 4.12, 4.121, 4.128, 5.555, 6.23, 6.33.
forma lógica de figuración (*logische Form der Abbildung*), 2.2.
formal (*formal*), 4.122, 5.501.
formal, concepto; véase: concepto formal.
formal, propiedad (*formale Eigenschaft*), 4.122, 4.124, 4.126, 4.1271, 5.231, 6.12, 6.122.
formal, relación (*formale Relation*), 4.122, 5.242.
formar (*bilden*), 4.51, 5.4733, 5.501, 5.503, 5.512, 5.514, 5.5151, 6.126, 6.1271.
Frege, 3.143, 3.318, 3.325, 4.063, 4.1272, 4.273, 4.431, 4.442, 5.02, 5.132, 5.4, 5.42, 5.451, 5.4733, 5.521, 6.1271, 6.232.
función (*Funktion*), 3.318, 3.333, 4.126, 4.1272, 4.12721, 4.14, 5.02, 5.2341, 5.25, 5.251, 5.44, 5.47, 5.501, 5.52, 5.5301.
función de verdad; véase: verdad, función de.

generalidad, signo de (*Allgemeinheitsbezeichnung*), 3.24, 4.0411, 5.522, 5.523, 6.1203.
generalización (*Verallgemeinerung*), 4.0411, 4.52, 5.156, 5.526, 5.5261, 6.1231.
geometría (*Geometrie*), 3.302, 3.0321, 3.411, 6.35.
gramática lógica (*logische Grammatik*), 3.325.

hecho (*Tatsache*), 1.1, 1.11, 1.12, 1.13, 1.2, 2, 2.0121, 2.034, 2.06, 2.1, 2.141, 2.16, 3, 3.14, 3.142, 3.143, 4.016, 4.0312, 4.061, 4.063, 4.122, 4.1221, 4.1272, 4.2211, 4.463, 5.156, 5.43, 5.5151, 5.542, 5.5423, 6.111, 6.113, 6.2321, 6.43, 6.4321.
hecho negativo (*negative Tatsache*), 2.06, 4.063, 5.5151.
hecho positivo (*positive Tatsache*), 2.06, 4.063.
Hertz, 4.04, 6.361.
hipótesis (*Hypothese*), 4.1122, 5.5351, 6.36311.

idealista (*idealistisch*), 4.0412.
identidad (*Gleichheit*), 5.53.
identidad, signo de (*Gleichheitszeichen*), 3.323, 5.4733, 5.53, 5.5301, 5.533.
igualdad (*Gleichheit*), 6.022.
igualdad, signo de, (*Gleichheitszeichen*), 6.23, 6.232.
imagen especular (*Spiegelbild*), 6.13.
incoloro (*farblos*), 2.0232.
indecible (*unsagbare*), 4.115.
independencia (*Selbständigkeit*), 2.0122, 3.261.
independiente (*unabhänging*), 2.024, 2.061, 2.22, 4.061, 5.152,

5.154, 5.451, 5.5261, 5.5561, 6.373.
inducción (*Induktion*), 6.31, 6.363.
infeliz (*unglücklich*), 6.43.
inferir (*schliessen*), 2.062, 5.1311, 5.132, 5.135, 5.1361, 5.152, 5.633, 6.1224, 6.211.
infinito (*unendlich*), 2.0131, 4.2211, 4.463, 5.43, 5.535, 6.4311.
infinitud, axioma de; véase: axioma de infinitud.
interno (*inner*), 4.0141, 5.1311, 5.1362.
—(*intern*), 2.01231, 3.24, 4.014, 4.023, 4.122, 4.1221, 4.123, 4.124, 4.125, 4.251, 4.252, 5.131, 5.232.
intuición (*Anschauung*), 6.233, 6.2331.

jerarquía (*Hierarchie*), 5.252, 5.556, 5.5561.
jeroglíficos (*Hieroglyphenschrift*), 4.016.
juicio (*Urteil*), 4.063, 5.5422.
juicio, barra del (*Urteilstrich*), 4.442.

Kant, 6.36111.

lenguaje (*Sprache*), 3.032, 3.343, 4.001, 4.002, 4.003, 4.0031, 4.014, 4.0141, 4.025, 4.121, 4.125, 5.4731, 5.535, 5.6, 5.62, 6.12, 6.233, 6.43.
lenguaje de signos; véase: signos, lenguaje de.
lenguaje ordinario (*Umgangssprache*), 3.323, 4.002, 5.5563.
ley (*Gesetz*), 3.031, 3.032, 3.0321, 4.0141, 5.501, 6.123, 6.211, 6.31, 6.32, 6.321, 6.3211, 6.3431, 6.35, 6.363, 6.422.
ley de causalidad; véase: causalidad, ley de.
ley de conservación; véase: conservación, ley de.
ley de continuidad en la naturaleza; véase: continuidad en la naturaleza, ley de.
ley primitiva (*Grundgesetz*), 5.43, 5.452, 6.127, 6.1271.
Leyes fundamentales de la aritmética (*Grundgesetze der Arithmetik*), 5.451.
libre albedrío (*Willensfreiheit*), 5.1362.
lógica (*Logik*), 2.012, 2.0121, 2.0233, 2.181, 2.182, 2.19, 2.2, 2.02, 3, 3.03, 3.031, 3.032, 3.315, 3.327, 3.33, 3.41, 3.411, 3.42, 4.002, 4.003, 4.0031, 4.014, 4.015, 4.023, 4.0312, 4.032, 4.0641, 4.112, 4.1121, 4.12, 4.121, 4.122, 4.126, 4.1274, 4.128, 4.441, 4.466, 5.1262, 5.233, 5.2341, 5.4, 5.42, 5.43, 5.451, 5.452, 5.453, 5.454, 5.4541, 5.46, 5.461, 5.472, 5.473, 5.4731, 5.47321, 5.511, 5.551, 5.552, 5.521, 5.555, 5.5562, 5.5563, 5.557, 5.61, 6.1, 6.11, 6.111, 6.112, 6.113, 6.12, 6.121, 6.122, 6.1222, 6.1223, 6.1224, 6.123, 6.1231, 6.1232, 6.1233, 6.124, 6.125, 6.1251, 6.126, 6.1261, 6.1262, 6.1263, 6.1264, 6.127, 6.1271, 6.13, 6.2, 6.22, 6.23, 6.234, 6.3, 6.31, 6.3211, 6.33, 6.342, 6.3431, 6.3432, 6.3631, 6.37, 6.374, 6.375, 6.3751.
lógica, constante; véase: constante lógica.
lógica, figura; véase: figura lógica.
lógica, forma; véase: forma lógica.
lógica, gramática; véase: gramática lógica.
lógica, sintaxis; véase: sintaxis lógica.
lógica, suma; véase: suma lógica.
lógico, espacio; véase: espacio lógico.

lógico, lugar; véase: lugar lógico.
lógico, producto; véase: producto lógico.
lugar (*Ort*), 3.411, 6.3751.
lugar lógico (*logischer Ort*), 3.41, 3.411, 3.42, 4.0641.

matemática (*Mathematik*), 4.04, 4.041, 4.0411, 4.154, 5.43, 5.475, 6.031, 6.2, 6.21, 6.211, 6.22, 6.321, 6.233, 6.324, 6.3241, 6.24.
Mauthner, 4.0031.
mecánica (*Mechanik*), 4.04, 6.321, 6.341, 6.342, 6.343, 6.3432.
metafísico (*metaphysich*), 5.633, 5.641, 6.53.
método (*Methode*), 3.11, 4.1121, 5.631, 6.1203, 6.121, 6.2, 6.234, 6.2341, 6.24, 6.53.
método cero (*Nullmethode*), 6.121.
mínima acción, principio de; véase: principio de mínima acción.
místico, lo (*das Mystische*), 6.44, 6.45, 6.522.
modelo (*Modell*), 2.12, 4.01, 4.04, 4.463,.
modo de designación; véase: designación, modo de.
modo de expresión; véase: expresión, modo de.
modus ponens, 6.1264.
monismo (*Monismus*), 4.12.
Moore, 5.541.
mostrar (*zeigen*), 3.262, 4.022, 4.0621, 4.0641, 4.121, 4.1212, 4.126, 4.461, 5.1311, 5.24, 5.42, 5.515, 5.5261, 5.5421, 5.5422, 5.62, 5.631, 6.12, 6.1201, 6.1221, 6.126, 6.127, 6.22, 6.23, 6.232, 6.36, 6.522.
muerte (*Tod*), 6.431, 6.4311, 6.4312.
mundo (*Welt*), 1, 1.1, 1.11, 1.13, 1.2, 2.021, 2.0212, 2.022, 2.0231, 2.026, 2.04, 2.063, 2.19, 3.01, 3.12, 3.3421, 4.014, 4.023, 4.12, 4.2211, 4.26, 4.462, 5.123, 5.4711, 5.511, 5.521, 5.6, 5.61, 5.62, 5.621, 5.63, 5.631, 5.632, 5.633, 5.641, 6.12, 6.1233, 6.124, 6.13, 6.22, 6.341, 6.342, 6.343, 6.3431, 6.3432, 6.371, 6.373, 6.374, 6.41, 6.43, 6.431, 6.432, 6.44, 6.54.
música (*Musik*), 3.141, 4.011, 4.014, 4.0141.

natural, ciencia; véase: ciencia natural.
naturaleza (*Natur*), 2.0123, 3.315, 5.47, 6.124.
negación (*Negation*), 5.5, 5.502.
—(*Verneinung*), 3.42, 4.0621, 4.064, 4.0641, 5.1241, 5.2341, 5.254, 5.44, 5.451, 5.5, 5.512, 5.514, 6.231.
negativo (*negativ*), 4.463, 5.513, 5.5151.
negativo, hecho; véase: hecho negativo.
Newton, 6.341, 6.342.
nexo (*Nexus*), 5.136, 5.1361.
nombre (*Name*), 3.142, 3.143, 3.144, 3.202, 3.203, 3.22, 3.26, 3.261, 3.3, 3.314, 3.3411, 4.0311, 4.126, 4.1272, 4.22, 4.221, 4.23, 4.24, 4.243, 4.5, 5.02, 5.526, 5.535, 5.55, 6.124.
nombre variable (*variabler Name*), 3.314, 4.1272.
notación (*Notation*), 3.342, 3.3341, 5.474, 5.512, 5.514, 6.1203, 6.122.
notación conceptual (*Begriffsschrift*), 3.325, 4.1272, 4.1273, 4.431, 5.533, 5.534.
numérico, sistema (*Zahlensystem*), 6.341.
número (*Anzahl*), 4.1272, 5.474, 5.475, 5.476, 5.55, 5.553, 6.1271.

— (*Zahl*), 4.1252, 4.12721, 4.128, 5.453, 5.553, 6.02, 6.021, 6.022, 6.03.
número cardinal, (*Kardinalzahl*), 5.02.
número preeminente (*ausgezeichnete Zahl*), 4.128, 5.453, 5.553.
número variable (*variable Zahl*), 6.022.

objeto (*Gegenstand*), 2.01, 2.0121, 2.0123, 2.0124, 2.0131, 2.014, 2.0141, 2.02, 2.021, 2.023, 2.0231, 2.0232, 2.0233, 2.0251, 2.026, 2.027, 2.0271, 2.0272, 2.03,2.031, 2.032, 2.13, 2.15121, 3.1431, 3.2, 3.203, 3.21, 3.22, 3.221, 3.322, 3.3411, 4.023, 4.0312, 4.1211, 4.122, 4.123, 4.126, 4.127, 4.1272, 4.12721, 4.2211, 4.431, 4.441, 4.466, 5.02, 5.123, 5.1511, 5.4, 5.44, 5.524, 5.526, 5.53, 5.5301, 5.5302, 5.541, 5.542, 5.561, 6.3431.
Occam, 3.328, 5.47321.
operación (*Operation*), 4.1273, 5.21, 5.22, 5.23, 5.232, 5.233, 5.234, 5.2341, 5.24, 5.241, 5.242, 5.25, 5.251, 5.2521, 5.2523, 5.254, 5.4611, 5.47, 5.5, 5.503, 6.001, 6.002, 6.01, 6.021, 6.126.
operación veritativa; véase: veritativa, operación.
opuesto (*entgegengesetz*), 4.0621, 4.461, 5.1241, 5.513.
orden (*Ordnung*), 4.152, 5.563, 5.634.

palabra (*Wort*), 2.0122, 3.14, 3.141, 3.143, 3.23, 4.002, 4.026, 4.243, 5.452, 5.525, 6.211.
paradoja de Russell (*Russells Paradox*), 3.333.
paréntesis (*Klammer*), 4.441, 5.46, 5.461.
parte constituyente (*Bestandteil*), 2.011, 2.0201, 3.24, 3.315, 3.4, 4.024, 4.025, 5.4733, 5.533, 5.5423, 6.12.
pensamiento (*Gedanke*), 3, 3.01, 3.02, 3.04, 3.05, 3.1, 3.12, 3.2, 3.5, 4, 4.002, 4.112, 6.21.
pensamiento, proceso de (*Denkprocess*), 4.1121.
posibilidades de verdad; ver: verdad, posibilidades de.
posible (*möglich*), 2.012, 2.0121, 2.0123, 2.0124, 2.014, 2.0141, 2.033, 2.15, 2.151, 2.201, 2.202, 2.203, 3.02, 3.04, 3.11, 3.13, 3.23, 3.3421, 3.411, 4.015, 4.0312, 4.124, 4.125, 4.2, 4.27, 4.28, 4.3, 4.31, 4.4, 4.41, 4.42, 4.43, 4.431, 4.44, 4.45, 4.46, 4.462, 4.464, 4.5, 5.252, 5.42, 5.44, 5.46, 5.473, 5.4733, 5.525, 5.555, 5.61, 6.1222, 6.125, 6.33, 6.34, 6.52.
positivo (*positiv*), 2.06, 4.063, 4.463, 5.5151.
positivo, hecho; véase: hecho positivo.
postular (*fordern*), 6.1223.
presuponer (*voraussetzen*), 3.31, 3.33, 4.1241, 5.515, 5.5151, 5.61, 6.14.
primitivo, concepto; véase: concepto primitivo.
primitivo, signo; véase: signo primitivo.
Principia Mathematica, 5.452.
principio de contradicción (*Gesetz des Widerspruchs*), 6.1203, 6.123.
principio de economía (*Satz vom kleinsten Aufwande*), 6.34.
principio de mínima acción (*Gesetz der kleinsten Wirkung*), 6.321, 6.3211.
principio de razón suficiente; véase: razón suficiente, principio de.

Principles of Mathematics, 5.5351.
probabilidad (*Wahrscheinlichkeit*), 4.464, 5.1, 5.15, 5.151, 5.1511, 5.152, 5.153, 5.154, 5.155, 5.156.
probabilidad, teoría de la (*Wahrscheinlichkeitslehre*), 4.464.
producto lógico (*logischer Produkt*), 3.42, 4.465, 5.521, 6.1271, 6.3751.
propiedad (*Eigenschaft*), 2.01231, 2.0231, 2.0233, 2.02331, 4.023, 4.063, 4.122, 4.1221, 4.123, 4.124, 4.1241, 5.473, 5.5302, 6.111, 6.12, 6.121, 6.126, 6.231, 6.35.
propiedad formal; véase: formal, propiedad.
proposición (*Satz*), 2.0201, 2.0211, 2.0231, 3.1, 3.11, 3.12, 3.13, 3.14, 3.141, 3.143, 3.1431, 3.2, 3.201, 3.202, 3.21, 3.22, 3.221, 3.24, 3.25, 3.251, 3.263, 3.3, 3.31, 3.311, 3.312, 3.313, 3.314, 3.315, 3.316, 3.317, 3.318, 3.34, 3.341, 3.4, 3.42, 3.5, 4, 4.001, 4.003, 4.0031, 4.01, 4.011, 4.012, 4.016, 4.02, 4.021, 4.022, 4.023, 4.024, 4.025, 4.026, 4.027, 4.03, 4.031, 4.0312, 4.032, 4.04, 4.05, 4.06, 4.061, 4.062, 4.0621, 4.063, 4.064, 4.0641, 4.1, 4.11, 4.112, 4.12, 4.121, 4.1211, 4.122, 4.124, 4.1241, 4.125, 4.1252, 4.1273, 4.1274, 4.2, 4.21, 4.211, 4.411, 4.42, 4.431, 4.44, 4.442, 4.46, 4.463, 4.465, 4.466, 4.51, 4.52, 4.53, 5, 5.01, 5.02, 5.123, 5.124, 5.1241, 5.13, 5.131, 5.1311, 5.1363, 5.14, 5.141, 5.142, 5.143, 5.15, 5.151, 5.152, 5.153, 5.155, 5.2, 5.21, 5.23, 5.233, 5.24, 5.25, 5.2521, 5.31, 5.43, 5.44, 5.442, 5.451, 5.47, 5.471, 5.4711, 5.472, 5.473, 5.5, 5.501, 5.503, 5.512, 5.513, 5.514, 5.515, 5.5151, 5.525, 5.526, 5.5261, 5.5262, 5.5301, 5.5302, 5.5321, 5.5351, 5.5352, 5.54, 5.541, 5.5422, 5.562, 5.563, 6, 6001, 6.002, 6.1, 6.11, 6.111, 6.112, 6.113, 6.12, 6.1201, 6.1203, 6.121, 6.122, 6.1221, 6.1222, 6.1231, 6.1232, 6.124, 6.125, 6.126, 6.1263, 6.1264, 6.1265, 6.127, 6.1271, 6.21, 6.211, 6.22, 6.23, 6.231, 6.2322, 6.2341, 6.241, 6.34, 6.341, 6.343, 6.4, 6.53, 6.54.
proposición elemental; véase: elemental, proposición.
proposición, forma de la; véase: forma de la proposición.
proposicional, signo; véase: signo proposicional.
proposicional, variable; véase: variable proposicional.
protofigura (*Urbild*), 3.24, 3.315, 3.333, 5.522, 5.5351.
proyección (*Projektion*), 3.11, 3.12, 3.13, 4.0141.
proyección, método de (*Projektionsmethode*), 3.11.
pseudoconcepto (*Scheinbegriff*), 4.1272.
pseudoproposición (*Scheinsatz*), 4.1272, 5.534, 5.35, 6.2.
pseudorrelación (*Scheinbeziehung*), 5.461.
psicología (*Psychologie*), 4.1121, 5.541, 5.5421, 5.641, 6.361, 6.423.

rasgo (*Zug*), 3.34, 4.1221, 4.126.
razón suficiente, principio de (*Satz vom Grunde*), 6.34.
realidad (*Realität*), 5.561, 5.64.
—(*Wirklichkeit*), 2.06, 2.063, 2.12, 2.1511, 2.1512, 2.1515, 2.17, 2.171, 2.18, 2.201, 2.21, 2.222, 2.223, 4.01, 4.011, 4.021, 4.023, 4.05, 4.06, 4.0621, 4.12, 4.121, 4.462, 4.463, 5.512.
realismo (*Realismus*), 5.64.

red (*Netwerk*), 5.511, 6.341, 6.342, 6.35.
reducibilidad, axioma de; véase: axioma de reducibilidad.
regularidad (*Gesetzmässigkeit*), 6.3, 6.361.
relación (*Beziehung*), 2.513, 2.514, 3.1432, 3.24, 4.0412, 4.061, 4.462, 4.4661, 5.131, 5.21, 5.22, 5.232, 5.42, 5.461, 5.4733, 5.5151, 5.553, 5.541.
—(*Relation*), 4.122, 4.123, 4.125, 4.1251, 4.1252, 5.242, 5.5301, 5.541, 5.553, 5.5541.
relación formal; véase: formal, relación.
relacionarse (*sich verhalten*), 2.03, 2.14, 2.15, 2.151, 3.14, 5.5423.
representación, forma de; véase: forma de representación.
representante de, ser (*vertreten*), 2.131, 3.22, 3.221, 4.0312, 5.501.
representar (*darstellen*), 2.0231, 2.173, 2.174, 2.201, 2.202, 2.203, 2.22, 2.221, 3.032, 3.0321, 3.312, 3.313, 4.011, 4.021, 4.031, 4.04, 4.1, 4.115, 4.12, 4.121, 4.122, 4.124, 4.125, 4.126, 4.1271, 4.1272, 4.31, 4.462, 5.21, 6.1203, 6.124, 6.1264.
—(*vorstellen*), 2.11, 2.15, 4.0311.
Russell, 3.318, 3.325, 3.331, 3.333, 4.0031, 4.1272, 4.12721, 4.1273, 4.241, 4.442, 5.02, 5.132, 5.252, 5.4, 5.42, 5.452, 5.4731, 5.513, 5.521, 5.525, 5.5302, 5.532, 5.535, 5.5351, 5.541, 5.5422, 5.553, 6.123, 6.1232.
Russell, paradoja de; véase: paradoja de Russell.
sentido (*Sinn*), 2.0211, 2.221, 2.222, 3.11, 313, 3.142, 3.1431, 3.144, 323, 33, 3.31, 3.326, 3.34, 3.341, 3.4, 4.002, 4.011, 4.014, 4.02, 4.021, 4.022, 4.027, 4.03, 4.031, 4.032, 4.061, 4.0621, 4.063, 4.064, 4.1211, 4.122, 4.1221, 4.1241, 4.126, 4.2, 4.243, 4.431, 4.465, 4.52, 5.02, 5.251, 5.4, 5.42, 5.44, 5.46, 5.4732, 5.4733, 5.514, 5.515, 5.5302, 5.5542, 5.631, 5.641, 6.124, 6.126, 6.232, 6.41, 6.422, 6.251.
serie (*Reihe*), 4.1252, 4.1273, 4.45, 5.1, 5.232, 5.252, 5.2522, 5.501, 6.02.
significación (*Bezeichnung*), 3.24, 3.261, 3.321, 3.322, 3.323, 3.333, 3.334, 3.3411, 3.3421, 3.344, 4.012, 4.061, 5.02, 5.473, 5.4733, 5.476, 5.5261, 6.111.
significación, modo de (*Bezeichnungsgweise*), 3.322, 3.323, 3.325, 3.3421, 4.0411, 5.1311.
significado (*Bedeutung*), 3.203, 3.261, 3.263, 3.3, 3.314, 3.315, 3.317, 3.323, 3.328, 3.33, 3.331, 3.333, 4.002, 4.026, 4.111, 4.1241, 4.242, 4.243, 4.466, 4.5, 5.02, 5.31, 5.451, 5.461, 5.47321, 5.4733, 5.535, 5.55, 5.6, 5.62, 6.124, 6.126, 6.232, 6.2322, 6.53.
significado, carente de (*bedeutungslos*), 3.328, 4.442, 4.4661, 5.47321.
signo (*Zeichen*), 3.11, 3.12, 3.1432, 3.201, 3.202, 3.203, 3.21, 3.221, 3.23, 3.261, 3.262, 3.263, 3.315, 3.32, 3.322, 3.325, 3.326, 3.327, 3.328, 3.33, 3.331, 3.332, 3.3442, 4.012, 4.026, 4.0312, 4.061, 4.0621, 4.126, 4.1271, 4.241, 4.242, 4.243, 4.431, 4.44, 4.441, 4.466, 4.4661, 5.02, 5.451, 5.46, 5.473, 5.4732, 5.47321, 5.4733, 5.475, 5.501, 5.512, 5.515, 5.151, 5.53,

5.5541, 5.5542, 602, 6.1203, 6.124, 6.1264, 6.53.
signo de identidad; véase: identidad, signo de.
signo de igualdad; véase: igualdad, signo de.
signo de generalidad; véase: generalidad, signo de.
signo primitivo, 3.26, 3.261, 3.263, 5.42, 5.45, 5.451, 5.46, 5.461, 5.472.
signo proposicional (*Satzzeichen*), 3.12, 3.14, 3.143, 3.1431, 3.2, 3.21, 3.332, 3.34, 3.41, 3.5, 4.02, 4.44, 4.442, 5.31.
signo simple (*einfaches Zeichen*), 3.201, 3.202, 3.21, 3.23, 4.026.
signos, lenguaje de (*Zeichensprache*), 3.325, 3.343, 4.011, 4.1121, 4.1213, 4.5, 6.124.
símbolo (*Symbol*), 3.24, 3.31, 3.317, 3.32, 3.321, 3.323, 3.325, 3.326, 3.341, 3.3411, 3.344, 4.126, 4.24, 4.31, 4.465, 4.4661, 4.5, 5.1311, 5.473, 5.513, 5.514, 5.515, 5.525, 5.5351, 5.555, 6.113, 6.124, 6.126.
simple (*einfach*), 2.02, 3.24, 4.21, 4.24, 5.02, 5.4541, 5.553, 5.5563, 6.341, 6.342, 6.363, 6.3631.
simple, signo; véase: signo simple.
simplex sigillum veri, 5.4541.
sinsentido (*Unsinn*), 3.24, 4.003, 4.124, 4.1272, 4.4611, 5.473, 5.5303, 5.5351, 5.5422, 5.5571, 6.51, 6.54.
sintaxis lógica (*logische Syntax*), 3.325, 3.33, 3.334, 3.344, 6.124.
sistema (*System*), 5.475, 5.555, 6.341, 6.372.
sistema numérico; véase: numérico, sistema.
situación (*Sachlage*), 2.0122, 2.014, 2.11, 2.202, 2.203, 3.02, 3.11, 3.144, 3.21, 4.021, 4.03, 4.031, 4.032, 4.04, 4.124, 4.125, 4.462, 5.135, 5.156, 5.525.
solipsismo (*Solipsismus*), 5.62, 5.64.
sub specie aeterni, 6.45.
subsistente (*bestehend*), 2.024, 2.027, 2.0271.
substancia (*Substanz*), 2.021, 2.0211, 2.0231, 2.024. .
sucesor (*Nachfolger*), 4.1252, 4.1273.
sujeto (*Subjekt*), 5.5421, 5.631, 5.632, 5.633.
sujeto-predicado, proposiciones de (*Subjekt-Prädikatsätze*), 6.124.
suma lógica (*logische Summe*), 5.2341.
superstición (*Aberglaube*), 5.1361.

tautología (*Tautologie*), 4.46, 4.461, 4.611, 4.462, 4.463, 4.464, 4.465, 4.466, 4.4661, 5.101, 5.1362, 5.142, 5.143, 5.152, 5.525, 6.1, 6.12, 6.1201, 6.1202, 6.1203, 6.1221, 6.1231, 6.124, 6.126, 6.1262, 6.127, 6.22, 6.3751.
teoría (*Lehre*), 4.112, 6.13.
—(*Theorie*), 4.1122, 5.5422, 6.111.
teoría de clases; véase: clases, teoría de.
teoría de la probabilidad; véase: probabilidad, teoría de la.
teoría de tipos; véase: tipos, teoría de.
teoría del conocimiento (*Erkenntnistheorie*), 4.1121, 5.541.
término (*Glied*), 4.1273, 4.442, 5.232, 5.252, 5.2522, 5.501.
tiempo (*Zeit*), 2.0121, 2.0251, 6.3611, 6.3751, 6.4311, 6.4312.
tipos, teoría de (*Theory of types*), 3.331, 3.332.
trabazón (*Zusammenhang*), 3.33, 4.22, 4.23.
traducción (*Übersetzung*), 3.343, 4.0141, 4.025, 4.243.

transcendental (*transzendental*), 6.13, 6.421.

uso (*Gebrauch*), 3.326, 4.123, 4.1272, 4.241.
utilizar (*benutzen*), 6.211.

valor (*Wert*), 6.4, 6.41.
valor de verdad; véase: verdad, valor de.
variable, nombre; véase: nombre variable.
variable, número; véase: número variable.
variable proposicional (*Satzvariable*), 3.313, 3.317, 4.126, 4.127, 5.502, .
verdad (*Wahrheit*), 2.22, 2.222, 3.04, 4.063, 4.28, 4.41, 4.431, 4.42, 4.46, 4.461, 5.11, 5.12, 5.13, 5.131, 5.1363, 5.5262, 5.5563, 5.62, 6.1203, 6.1223.
verdad, combinación de (*Wahrheitskombination*), 6.1203.
verdad, condición de (*Wahrheitsbedingung*), 4.431, 4.442, 4.45, 4.46, 4.461, 4.463.
verdad, función de (*Wahrheitsfunktion*), 3.3441, 5, 5.1, 5.101, 5.234, 5.2341, 5.3, 5.31, 5.41, 5.44, 5.5, 5.521, 6.
verdad, posibilidades de (*Wahrheitsmöglichkeiten*), 4.3, 4.31, 4.4, 4.41, 4.42, 4.43, 4.431, 4.44, 4.442, 4.45, 4.46, 5.101.
verdad, valor de (*Wahrheitswert*), 4.063.
verdadero (*wahr*), 2.0211, 2.0212, 2.21, 2.223, 2.224, 2.225, 3.01, 3.05, 4.022, 4.023, 4.31, 4.024, 4.06, 4.061, 4.062, 4.063, 4.11, 4.25, 4.26, 4.43, 4.431, 4.461, 5.123, 5.1363, 5.512, 5.5262, 5.5352, 6.111, 6.113, 6.1232, 6.125, 6.343.
veritativa, operación (*Wahrheitsoperation*), 5.234, 5.3, 5.32, 5.41, 5.442, 5.54.
veritativo, argumento (*Wahrheitsargument*), 5.01, 5.101, 5.152, 6.1203.
veritativo, fundamento (*Wahrheitsgrund*), 5.101, 5.11, 5.12, 5.121, 5.15.
vida (*Leben*), 5.621, 6.4311, 6.4312, 6.52, 6.521.
voluntad (*Wille*), 5.631, 6.373, 6.374, 6.423, 6.43.

Whitehead, 5.252, 5.452.

yo (*Ich*), 5.64, 5.641.

El *Tractatus logico-philosophicus* de Ludwig Wittgenstein (1889-1951) constituye uno de los iconos culturales del siglo XX. Sin duda una de las obras capitales y de mayor influencia de la filosofía occidental, se encuentra también entre las más citadas por pensadores de posiciones filosóficas hartamente dispares. Por un lado, su estilo es cautivador: sus lacónicos párrafos de apariencia aforística —aunque encajados dentro de una muy trabajada estructura indicada por una numeración característica— son una especie de «trinos sincopados» con diferentes *tempi* musicales. Por otro, la descripción de su contenido tiene tintes heroicos: «El libro trata de los problemas de la filosofía y muestra [...] que el planteamiento de estos problemas descansa en una mala comprensión de la lógica de nuestro lenguaje.» Esta edición castellana del *Tractatus* incluye el famoso prólogo que Bertrand Russell escribió para la edición de 1922. La traducción, introducción y notas han sido realizadas por Luis M. Valdés Villanueva, catedrático de Lógica y Filosofía de la Ciencia de la Universidad de Oviedo.

ACCESO ABIERTO

UCEM06754

ISBN 978-84-309-4501-6

gandhi $212